

Prática 9 – Determinação da viscosidade dinâmica de fluidos pelo método de Stokes.

Cálculos on-line: http://www.ajdesigner.com/phpstokeslaw/stokes_law_terminal_velocity.php

Simulação on-line: <http://www.fisica.ufs.br/egsantana/dinamica/stokes/stokes.html>

1) Objetivos da aula

O objetivo deste experimento é investigar o movimento de uma esfera em um meio viscoso (detergentes de cozinha). Determinaremos a velocidade limite dentro do fluido e a viscosidade do fluido utilizando o método de Stokes. Por fim, determinaremos o número de Reynold e identificaremos se os fluidos apresentam escoamento do tipo laminar ou turbulento. Com esse experimento iremos determinar qual dos detergentes estudados é o mais viscoso e qual é o menos viscoso.

2) Introdução

O movimento de um corpo em um meio viscoso é influenciado pela ação de uma força viscosa, F_v , proporcional à velocidade, v , conhecida como lei de Stokes. No caso de esferas em velocidades baixas, essa força viscosa (força de arraste), em módulo, é expressa pela equação abaixo

$$F_v \propto v \Rightarrow F_v = 6\pi\eta Rv \quad [1]$$

onde η é o coeficiente de viscosidade dinâmica do meio (N s/m^2), R (m) é o raio da esfera e v é a velocidade de queda da esfera (m/s). Se uma esfera de densidade maior que a de um líquido for solta na superfície do mesmo, no instante inicial a velocidade é zero, mas a força resultante acelera a esfera de forma que sua velocidade vai aumentando.

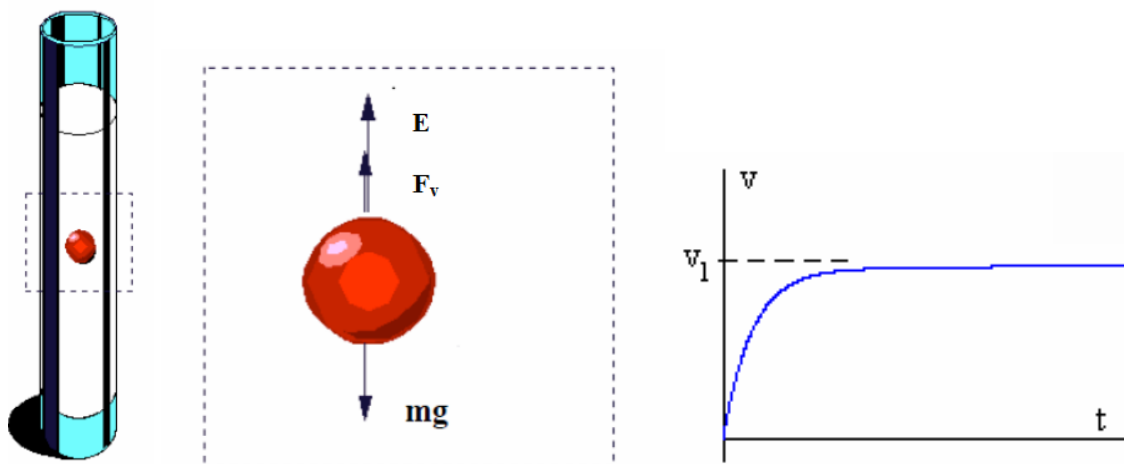


Fig. 1. Forças que atuam numa esfera em um meio viscoso e gráfico da velocidade limite em função do tempo de queda.

Pode-se verificar que a velocidade aumenta não-uniformemente com o tempo e atinge um valor limite (v_L), que ocorre quando a força resultante for nula. As três forças que atuam sobre (força peso, empuxo e a força viscosa) a esfera estão representadas na Fig. 1.

No momento que a velocidade passa a ser constante, a força resultante é zero e com isso podemos escrever:

$$F_v + E - mg = ma$$

para $v = \text{cte. teremos:}$ [2]

$$F_v + E - mg = 0 \Rightarrow F_v + E = mg$$

A força peso é dada pelo produto da massa pela aceleração da gravidade g . Podemos escrever ainda, que a massa é o produto da densidade absoluta do material ρ_e pelo volume da esfera de raio R .

$$mg = \rho_e \frac{4}{3} \pi R^3 g$$

A força de empuxo é simplesmente o peso do líquido deslocado pelo volume da esfera (Princípio de Arquimedes). Lembrando que o volume da esfera é $\frac{4}{3}\pi R^3$ temos que:

$$E = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_f g$$

onde ρ_f é a densidade do fluido.

Dessa forma reescrevemos a Eq. 2 como

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{\text{fluido}} g + 6\pi\eta v_L R = mg$$

Reescrevendo a equação acima, obtemos a velocidade limite, V_L , da esfera caindo dentro do fluido pode ser obtida por:

$$v_L = \frac{2R^2(\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{fluido}})g}{9\eta} \quad [3]$$

Em termos da viscosidade a equação acima pode ser escrita como:

$$\eta = \frac{2R^2(\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{fluido}})g}{9v_L} \quad [4]$$

A velocidade limite, entretanto, não é exatamente dada pela Eq. (3), pois as paredes do tubo afetam o movimento da esfera. Para levar em conta este efeito, considera-se a correção de Ladenburg que depende do raio da esfera, do raio do tubo e da sua altura. Assim a força viscosa no tubo, em realidade, deve ser escrita por

$$F'_v = K F_v = K 6\pi\eta R v \quad [5]$$

onde K é o fator de Ladenburg, dado por $K=(1+2,4R/A)(1+3,3R/B)$, onde R , A e B são respectivamente o raio da esfera, o raio do tubo e a altura total do fluido no tubo.

Portanto, temos que multiplicar a velocidade da esfera no tubo v_L , por K , para se obter a velocidade conforme dada pela Eq. (3). Ou seja,

$$v'_L = K v_L = K \frac{2}{9} (\rho_{\text{esfera}} - \rho_{\text{fluido}}) g R^2 / \eta \quad [5]$$

Reescrevendo a Eq. [5] em termos da viscosidade do fluido, já incluindo o fator de correção, temos:

$$\eta = \frac{2K(\rho_{esfera} - \rho_{fluido})gR}{9v'_L} \quad [6]$$

A lei de Stokes é válida apenas para fluidos em regimes laminar. Um fluxo laminar é definido como uma condição onde as partículas do fluido se movem em caminhos suaves em formas de lamina ou linhas. Um regime de fluxo não laminar é conhecido como turbulento. Nessas condições o movimento das partículas do fluido ocorre de forma aleatória e irregular. Nessas circunstâncias podem se formar vórtices e redemoinhos dentro do fluido.

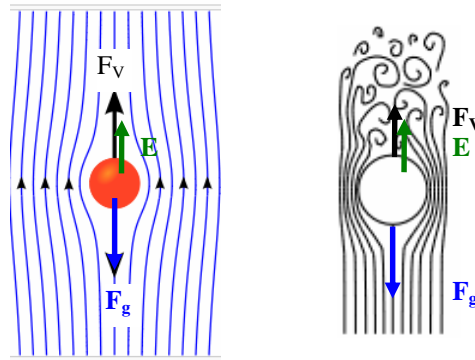


Fig. 2. Exemplo de um fluxo laminar (esquerda) e um fluxo turbulento (direita) em torno de uma esfera.

Ver vídeos em :

<http://www.youtube.com/watch?v=WG-YCpAGgQQ&feature=related>

<http://www.youtube.com/watch?v=0H63n8M79T8&feature=fvwrel>

Os engenheiros utilizam um parâmetro dimensional conhecido como número de Reynolds para distinguir esses dois regimes de escoamento, laminar e turbulento. Esse número é dado pela razão entre as forças inerciais e viscosas dentro do fluido. O número de Reynold, N_R , é definido por

$$N_R = \frac{\rho v R}{2\eta} \quad [7]$$

onde ρ é a densidade do fluido, η é a viscosidade dinâmica do meio, v é a velocidade do fluido relativo a esfera (igual a v_L no nosso caso) e R é o raio da esfera.

No caso de fluidos com escoamento laminar onde é válido a lei de Stokes, o Número de Reynolds é menor do que 1.

3) Procedimento Experimental

Material usado

Tubo de com marcas graduadas, conjunto de esferas, paquímetro, micrômetro, cronômetro e detergentes diversos.

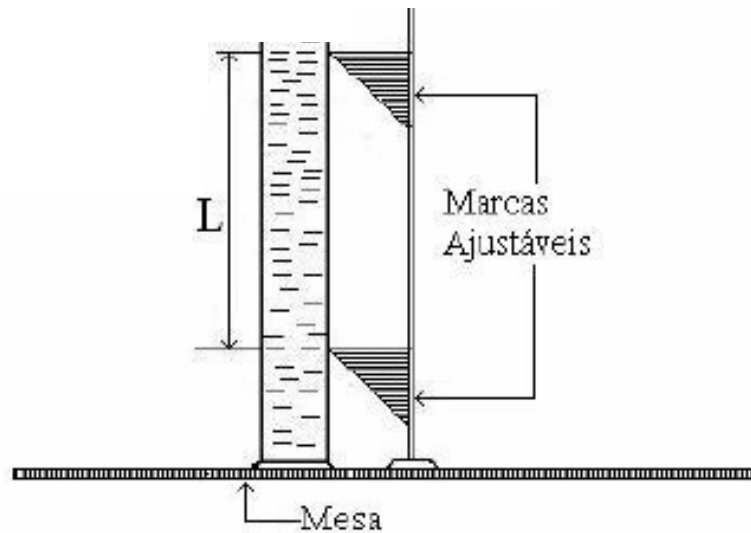


Fig. 3. Diagrama esquemático do aparato experimental

O arranjo experimental deve ser montado conforme mostra a Fig. 3. A velocidade limite, v'_L , será determinada experimentalmente a partir da distância, $L=40\text{cm}$, entre as marcas ajustáveis, medida com uma régua, e o tempo de percurso, t , entre as marcas, medido com um cronômetro. Serão utilizadas esferas de aço com raios variando de cerca de 1 a 6 mm. A densidade do aço é $\rho = 7.82 \text{ g/cm}^3 = 7820 \text{ kg/m}^3$

Meça o raio das esferas utilizando o paquímetro e anote os valores na tabela abaixo. Além disso, faça um cálculo do fator de correção de Ladenburg para cada esfera, colocando os resultados na tabela abaixo.

#	Raio das Esferas (m)	Fator de Ladenburg, K
1		
2		
3		
4		

Principais cuidados:

- (i). É importante estimar o espaço necessário para atingir a velocidade limite, a partir da superfície da glicerina antes de posicionar os marcadores.
- (ii). Faça repetidas medidas de tempo de queda das esferas para diminuir o erro, principalmente para as esferas maiores.
- (iii). Retire cada esfera depois de cada medida.
- (iv). Não jogue as esferas mas coloque-as na superfície do líquido usando uma pinça para minimizar sua velocidade inicial.

EXPERIMENTO 1) Detergente #1

i) Inicialmente deve-se calcular a densidade do fluido utilizando uma proveta de 10ml e uma balança.

$\rho_{\text{fluido}} =$	$\text{g/cm}^3 =$	kg/m^3
--------------------------	-------------------	-----------------

ii) Determine o tempo de queda de cada uma das esferas e em seguida calcule suas velocidade limites (observação $v=L/\Delta t$).

Esfera #1 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

Esfera #2 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

Esfera #3 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

iii) Para cada uma das esferas utilizada determinar a viscosidade da solução utilizando a equação 6.

Esferas	Raio das esferas	Viscosidade da solução
#1		
#2		
#3		
#4		

iv) Para cada uma das esferas calcule o número de Reynolds. Qual o tipo de escoamento desse fluido?

Esferas	Raio das esferas	Número de Reynolds
#1		
#2		
#3		
#4		

v) Calcule a força arraste na esferas utilizando a eq. [1]

Esferas	Raio das esferas	Força de arraste
#1		
#2		
#3		
#4		

vi) Construir um gráfico $v'_L \times R^2$. Obtenha do gráfico o coeficiente de viscosidade a partir de um ajuste linear aos pontos.

$$v'_L = \frac{K \frac{2}{9} (\rho_{esfera} - \rho_{fluido}) g}{\eta} R^2$$

Discuta sobre as fontes de erro do experimento.

EXPERIMENTO 2) Detergente #2

i) Inicialmente deve-se calcular a densidade do fluido utilizando uma proveta de 10ml e uma balança.

$\rho_{fluido} =$	$g/cm^3 =$	kg/m^3
-------------------	------------	----------

ii) Determine o tempo de queda de cada uma das esferas e em seguida calcule suas velocidade limites (observação $v=L/\Delta t$).

Esfera #1 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

Esfera #2 Fator de Ladenburg, $K=$

Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =		

Esfera #3 Fator de Ladenburg, $K=$

Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =		

iii) Para cada uma das esferas utilizada determinar a viscosidade da solução utilizando a equação 6.

Esferas	Raio das esferas	Viscosidade da solução
#1		
#2		
#3		
#4		

iv) Para cada uma das esferas calcule o numero de Reynolds. Qual o tipo de escoamento desse fluido?

Esferas	Raio das esferas	Número de Reynolds
#1		
#2		
#3		
#4		

iv) Calcule a força arraste na esferas utilizando a eq. [1]

Esferas	Raio das esferas	Força de arraste
#1		
#2		
#3		
#4		

vi) Construir um gráfico $v'_L \times R^2$. Obtenha do gráfico o coeficiente de viscosidade a partir de um ajuste linear aos pontos.

$$v'_L = \frac{K \frac{2}{9} (\rho_{esfera} - \rho_{fluido}) g}{\eta} R^2$$

Discuta sobre as fontes de erro do experimento.

EXPERIMENTO 3) Detergente #3

i) Inicialmente deve-se calcular a densidade do fluido utilizando uma proveta de 10ml e uma balança.

$\rho_{fluido} =$	$g/cm^3 =$	$kg/m^3 =$
-------------------	------------	------------

ii) Determine o tempo de queda de cada uma das esferas e em seguida calcule suas velocidade limites (observação $v=L/\Delta t$).

Esfera #1 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

Esfera #2 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

Esfera #3 Fator de Ladenburg, $K=$

	Tempo de queda (s)	Velocidade v_L (m/s)	Velocidade corrigida v'_L (m/s)
média =			

iii) Para cada uma das esferas utilizada determinar a viscosidade da solução utilizando a equação 6.

Esferas	Raio das esferas	Viscosidade da solução
#1		
#2		
#3		
#4		

iv) Para cada uma das esferas calcule o número de Reynolds. Qual o tipo de escoamento desse fluido?

Esferas	Raio das esferas	Número de Reynolds
#1		
#2		
#3		
#4		

v) Calcule a força arraste na esferas utilizando a eq. [1]

Esferas	Raio das esferas	Força de arraste
#1		
#2		
#3		
#4		

vi) Construir um gráfico $v'_L \times R^2$. Obtenha do gráfico o coeficiente de viscosidade a partir de um ajuste linear aos pontos.

$$v'_L = \frac{K \frac{2}{9} (\rho_{esfera} - \rho_{fluido}) g}{\eta} R^2$$

Discuta sobre as fontes de erro do experimento.

vii) Coloque num mesmo gráfico $v'_L \times R^2$ os dados referentes aos 3 experimentos (utilize um simbolo para cada experimento).

viii) Qual dos detergentes estudados é o mais viscoso e qual é o menos viscoso? O que aconteceria com a velocidade limite se aumentássemos a temperatura dos fluidos?

4) Referências bibliográficas e literatura adicional

<http://www.ifi.unicamp.br/leb/f229-09s1/Exp6-Viscosidade-Lei%20de%20Stokes.pdf>

<http://www.fisica.ufs.br/egsantana/dinamica/stokes/stokes.html>

<http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/dinamica/stokes/stokes.html>

M. Alonso e E.J. Finn, *Física - Um Curso Universitário*, Vol. 1, Mecânica, Editora Edgar Blücher Ltda., 1972, cap. 7.10.

Methods of Experimental Physics, Vol. 1, Classical Methods, cap. 4.1 e 4.2.2.2 e figura 7, p. 149.

Thermophysical Properties of Matter, Vol. 11, Viscosity, p. 149 e cap. 4.2.

Handbook of Chemistry and Physics. densidades (pp. 15-43 até 15-50), viscosidades (p. 6-158).

Leitura complementar: C.W. Peterson, The Physics of Parachute Inflation, *Physics Today*, agosto de 1993, pp. 32-39.