

## Avaliação P1

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

### 1ª Questão (2.5pts):

O sistema abaixo descreve o número de carros azuis (x) vermelhos (y) e pretos (z) que atravessam um dado cruzamento por hora em dado sentido. Resolva o sistema linear utilizando o **método direto de eliminação de Gauss**. Utilize a técnica de pivoteamento parcial caso necessário.

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 9 \\ 4x - 3z = -2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

### 2ª Questão (2.5pts):

- Calcule as 4 primeiras iterações usando o método da **Bisseção** para a função  $f(k) = 8\sin(k) - e^k$  para encontrar a raiz que está dentro do intervalo  $[0,1]$ .
- Se fizéssemos 93 iterações qual seria aproximadamente a precisão atingida nesse método?

### 3ª Questão (2.5pts):

- Transforme os números 923728 e 0,000542456 para o formato ponto flutuante.
- Armazene os números do item a nas máquinas digitais que operam com as seguintes aritméticas de ponto flutuante: F(9,10,-8,8); F(4,10,-8,8) e F(4;10,2,2). Considere que as máquinas fazem truncamento.
- Quais seriam os números máximos e mínimos que podem ser representados nas três máquinas do item b.
- Qual seria a representação binária do número 59,091?
- Qual seria a representação decimal do número  $(10,0101)_2$ ?

### 4ª Questão (2.5pts):

Um holandês ganhou de presente do pai uma máquina de calcular super moderna, capaz de armazenar 3 dígitos na mantissa utilizando **truncamento**. Muito satisfeito, o ansioso rapaz efetuou duas operações em sua máquina nova envolvendo os números de árvores da plantação de seu pai ( $A=9532$ ) e o número médio de frutas de cada árvore ( $F=2178$ ).

- Calcule os erros absolutos (EA), erros relativos (ER) e erros relativos percentuais (ER%) envolvidos no processo de utilização da máquina digital para cada número A e F?
- Após realizar as operações  $A+F$  e  $A \times F$  percebeu que uma das duas operações resultava no erro relativo maior. Qual foi?
- Calcule o erro relativo envolvido na operação  $A^3$ ?

## Formulário

$$EA_x = |x - \bar{x}|$$

$$|f(x_k)| < \varepsilon \text{ ou } |x_k - x_{k-1}| < \varepsilon \text{ ou } |b_k - a_k| < \varepsilon$$

$$ER_x = \left| \frac{EA_x}{\bar{x}} \right| = \left| \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}} \right|$$

$$k > \frac{\log(b_0 - a_0) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

$$EA_{(xy)} = |\bar{x}EA_y + \bar{y}EA_x|$$

$$x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$$

$$EA_{(x \pm y)} = |EA_x \pm EA_y|$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$EA_{(x/y)} = \left| \frac{EA_x}{\bar{y}} - \frac{\bar{x}EA_y}{\bar{y}^2} \right|$$

$$x_{k+1} = \frac{x_{k-1}f(x_k) - x_k f(x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

$$F(t, \beta, e_{\min}, e_{\max}) \rightarrow \pm 0, d_1 \dots d_t \times \beta^e$$

$$ER_{(xy)} = |ER_x + ER_y| + \delta$$

$$L'_i \leftarrow L_i - m_{ik} L_k \quad m_{ik} = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$$

$$ER_{(x/y)} = |ER_x - ER_y| + \delta$$

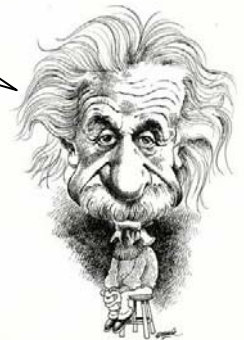
$$ER_{(x \pm y)} = \left| \frac{\bar{x}}{\bar{x} \pm \bar{y}} ER_x \pm \frac{\bar{y}}{\bar{x} \pm \bar{y}} ER_y \right| + \delta$$

$$x_k = \frac{a_k f(b_k) - b_k f(a_k)}{f(b_k) - f(a_k)}$$

$$\delta = 10^{-t+1} \text{ ou } \frac{1}{2} 10^{-t+1}$$

$$x_{k+1} = \phi(x_k)$$

Boa Sorte!  
Não esqueçam de usar  
o cérebro. Ok?



### Observações:

- Os cálculos podem ser feitos a lápis mas as respostas finais devem ser apresentadas a caneta.
- Não serão consideradas respostas finais sem seus respectivos cálculos ou justificativas.
- Questões puramente discursivas devem ser respondidas a caneta.
- Não é permitido a utilização de celulares ou outros aparelhos eletrônicos (com exceção da calculadora).
- Não é permitido ir ao banheiro ou sair para beber água durante a prova (exceto em emergências).
- Os alunos só poderão entregar a prova e serem liberados após 30 minutos do início da prova.
- Para assinar a lista de presença é obrigatório apresentar algum documento de identificação com foto.
- Não destaque as folhas de prova.
- TODAS as folhas de prova devem ser assinadas **IMEDIATAMENTE** após o recebimento do aluno.

# GABONTO - P1c

## 1ª Questão

Etapa 1 - Matriz Escalonada

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 9 \\ 4 & 0 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \end{array} \right)$$

Etapa 2 - Triangularização

$$L2 = L2 - \frac{4}{3}L1$$

$$L3 = L3 - \frac{1}{3}L1$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 9 \\ 0 & 5,3333 & -4,3333 & -14 \\ 0 & 3,3333 & 1,6666 & 0 \end{array} \right)$$

$$L3 = L3 - \frac{3,3333}{5,3333}L2$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 9 \\ 0 & 5,3333 & -4,3333 & -14 \\ 0 & 0 & 4,375 & 8,75 \end{array} \right)$$

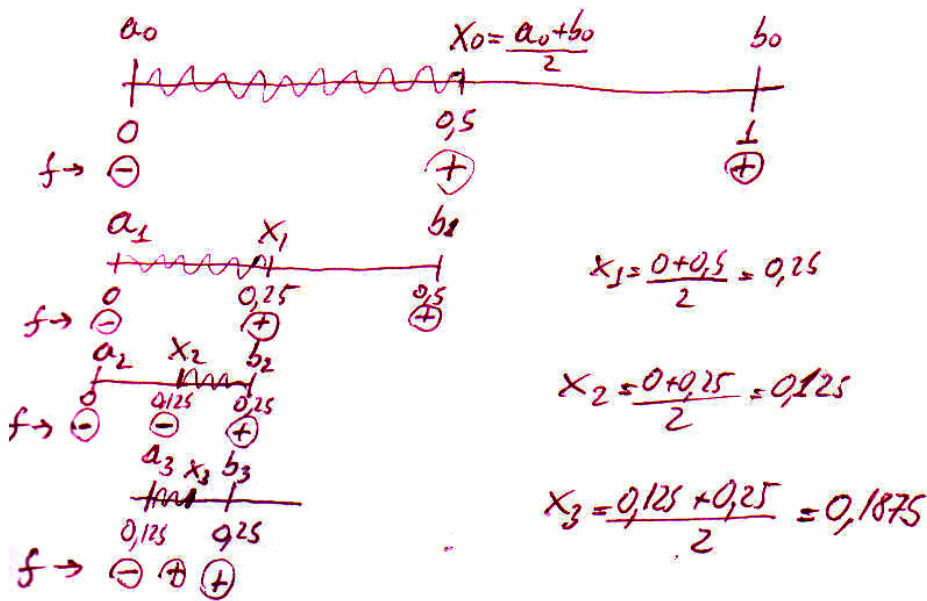
Etapa 3 - Resolva o sistema e resolva-o.

$$\begin{cases} 3x - 4y - z = 9 \\ 5,3333y - 4,3333z = -14 \\ 4,375z = 8,75 \end{cases}$$

$x = 1$   
 $y = -1$   
 $z = \frac{8,75}{4,375} = 2$

Resposta: A solução do sistema é  $(1; -1; 2)$

## 2ª Questão



Estimando o  
Sinal da Função

em radianos

$$f(a_0) = f(0) = 8 \sin(0) - e^0 = -1$$

$$f(b_0) = f(1) = 8 \sin(1) - e^1 = 4,013$$

$$f(x_0) = \dots = 8 \sin(0,5) - e^{0,5} = 2,186$$

$$f(x_1) = f(0,25) = 0,6952$$

$$f(x_2) = f(0,125) = -0,1357$$

$$f(x_3) = f(0,1875) = 0,2849$$

Resposta:

$$x_0 = 0,5$$

$$x_1 = 0,25$$

$$x_2 = 0,125$$

$$x_3 = 0,1875$$

Supondo 93 iterações a precisão do cálculo será:

$$k > \frac{\log(b_0 - a_0) - \log \epsilon}{\log 2}$$

$$93 > \frac{\log(1 - 0) - \log \epsilon}{\log 2} \quad \therefore \log \epsilon < -93 \times \log 2 - \log 1$$

$$\log \epsilon < -27,9957 \quad \longrightarrow \quad \epsilon < 10^{-27,99} \quad \log \epsilon \approx 10^{-28}$$

### 3ª Questão

a)

$$923728 \longrightarrow 0,923728 \times 10^6$$

$$0,000542456 \longrightarrow 0,542456 \times 10^{-3}$$

b)

Mód 1

$$0,923728000 \times 10^6$$

F(9,10,-8,8)

$$0,542456000 \times 10^{-3}$$

Mód 2

$$0,9237 \times 10^6$$

F(4,10,-8,8)

$$0,5424 \times 10^{-3}$$

c/ TRUNCAMENTO

Mód 3

OVERFLOW p/ 0 N° 923728

F(4,10,-2,2)

UNDERFLOW p/ 0 N° 0,000542456

c)

Mód 1

$$\rightarrow \text{Máx} = 0,999999999 \times 10^8$$

$$\rightarrow \text{Min} = 0,100000000 \times 10^{-8}$$

Mód 2

$$\rightarrow \text{Máx} = 0,9999 \times 10^8$$

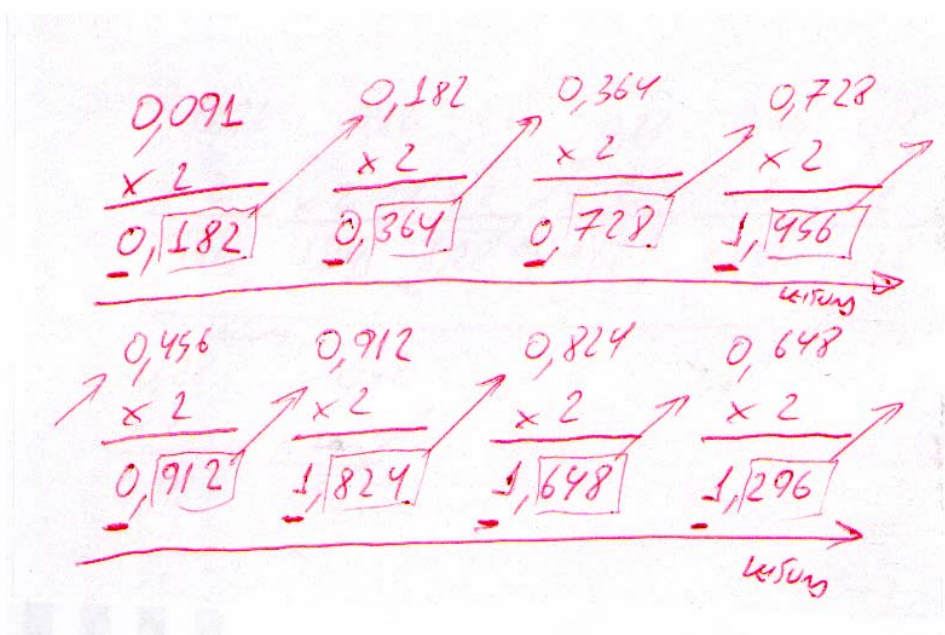
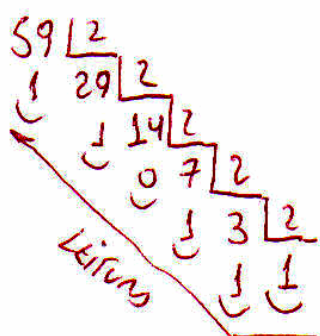
$$\rightarrow \text{Min} = 0,1000 \times 10^{-8}$$

Mód 3

$$\rightarrow \text{Máx} = 0,9999 \times 10^2$$

$$\rightarrow \text{Min} = 0,1000 \times 10^{-2}$$

d) 59,091 → Binário



Resposta.

$59,091 = (111011,00010111\dots)_2$

e)  $(10,0101)_2 \rightarrow \text{decimal}$

$10,0101 = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 2,3125$

$d_1$   $d_0$   $d_1$   $d_2$

# 4ª Questão

na notação de Finanças

$$A = 9532 \rightarrow 0,9532 \times 10^4$$

$$\bar{A} = 0,953 \times 10^4$$

$$F = 2178 \rightarrow 0,2178 \times 10^4$$

$$\bar{F} = 0,217 \times 10^4$$

a)

$$EA_A = |A - \bar{A}| = 2$$

$$EA_F = |F - \bar{F}| = 8$$

$$ER_A = \frac{|EA_A|}{|\bar{A}|} = 2,09 \times 10^{-4}$$

$$ER_F = \frac{|EA_F|}{|\bar{F}|} = 3,68 \times 10^{-3}$$

$$ER_A(\%) = ER_A \cdot 100\% \approx 0,02\%$$

$$ER_F(\%) = ER_F \cdot 100\% \approx 0,36\%$$

b)  $\delta_{\text{trunc}} = 10^{-t+1} = 10^{-3+1} = 10^{-2}$

$$ER_{(A+F)} = \left| \frac{\bar{A}}{\bar{A} + \bar{F}} ER_A + \frac{\bar{F}}{\bar{A} + \bar{F}} ER_F \right| + \delta_{\text{trunc}} \approx 1,02 \times 10^{-2}$$

$$ER_{(A \times F)} = |ER_A + ER_F| + \delta_{\text{trunc}} \approx 1,06 \times 10^{-2}$$

Resp: A operação  $A \times F$  resultou num erro ligeiramente

maior

c)  $ER_{A^3} = ER_{((A \cdot A) \cdot A)} = |ER_{A \cdot A} + ER_A| + \delta_{\text{trunc}} = |3ER_A| + 2\delta_{\text{trunc}}$

$$ER_{A \cdot A} = |ER_A + ER_A| + \delta_{\text{trunc}}$$

resposta:

$$ER_{A^3} = 3 \times 2,09 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-2} = 0,0206$$

5