

Avaliação P1

Nome do aluno: _____ Data: _____

Matrícula: _____ Turma: _____ Curso: _____

1ª Questão (2.5 pts):

Calcule as 3 primeiras iterações para o valor aproximado da raiz da função $f(w) = w \log(w) - 1$ nos métodos abaixo:

- Método da Bissecção.** Use como intervalo para a raiz os valores [2,3].
- Quantas iterações deveríamos fazer para encontrar a raiz da função com uma precisão de cálculo de $\epsilon = 10^{-9}$ utilizando o método da bissecção?
- Método do ponto fixo.** Use como função equivalente $\varphi(w) = w - 1.3(w \log w - 1)$ e como chute inicial $w_0 = 2.5$.

2ª Questão (2.5 pts):

Um coreano ganhou de presente do pai uma máquina de calcular super moderna, capaz de armazenar 4 dígitos na mantissa utilizando **arredondamento**. Muito satisfeito, o ansioso rapaz efetuou duas operações em sua máquina nova envolvendo os números de arvores da plantação de seu pai ($x = 17532$) e o número médio de frutas de cada árvore ($y = 21178$).

- Calcule os erros absolutos (EA), erros relativos (ER) e erros relativos percentuais (ER%) envolvidos no processo de utilização da máquina digital para cada número x e y ?
- Após realizar as operações $x - y$ e x/y percebeu que uma das duas operações resultava no erro relativo maior. Qual foi?

3ª Questão (2.5 pts):

O sistema abaixo descreve o número de carros cinza (x_1) vermelhos (x_2) e pretos (x_3) que atravessam um dado cruzamento por hora em dado sentido. Resolva o sistema linear utilizando o **método direto de eliminação de Gauss**. Utilize a técnica de pivoteamento parcial caso necessário.

$$\begin{cases} 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ 9x_1 + 5x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 6 \end{cases}$$

4ª Questão (2.5 pts)

- Dos métodos numéricos estudados para encontrar zeros de funções quais necessitam que seja definido um intervalo onde supostamente estaria o zero da função? e Quais métodos precisam de 1 chute inicial para se encontrar o zero da função e qual método exigem 2 chutes iniciais?
- Qual dos métodos numéricos estudados para encontrar zeros de funções é necessário utilizar a derivada da função no processo iterativo?
- Qual seria a representação ponto flutuante do número 523899,091?
Como seria a representação do número do item c nas máquinas digitais que operam com as seguintes aritméticas de ponto flutuante: F(9,10, -8,8); F(4,10,-8,8) e F(4,10,-2,2). Considere o **truncamento**.
- Quais seriam os números máximos e mínimos que podem ser representados nas três máquinas do item c.

Formulário

$$EA_x = |x - \bar{x}|$$

$$|f(x_k)| < \varepsilon \text{ ou } |x_k - x_{k-1}| < \varepsilon \text{ ou } |b_k - a_k| < \varepsilon$$

$$ER_x = \left| \frac{EA_x}{\bar{x}} \right| = \left| \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}} \right|$$

$$k > \frac{\log(b_0 - a_0) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

$$EA_{(xy)} = |\bar{x}EA_y + \bar{y}EA_x|$$

$$x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$$

$$EA_{(x \pm y)} = |EA_x \pm EA_y|$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$EA_{(x/y)} = \left| \frac{EA_x}{\bar{y}} - \frac{\bar{x}EA_y}{\bar{y}^2} \right|$$

$$x_{k+1} = \frac{x_{k-1}f(x_k) - x_k f(x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

$$F(t, \beta, e_{\min}, e_{\max}) \rightarrow \pm 0, d_1 \dots d_t \times \beta^e$$

$$ER_{(xy)} = |ER_x + ER_y| + \delta$$

$$L'_i \leftarrow L_i - m_{ik} L_k \quad m_{ik} = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$$

$$ER_{(x/y)} = |ER_x - ER_y| + \delta$$

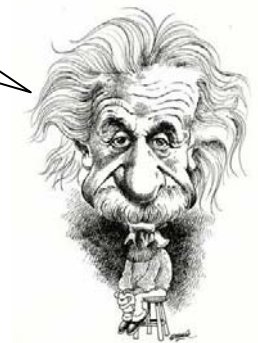
$$ER_{(x \pm y)} = \left| \frac{\bar{x}}{\bar{x} \pm \bar{y}} ER_x \pm \frac{\bar{y}}{\bar{x} \pm \bar{y}} ER_y \right| + \delta$$

$$x_k = \frac{a_k f(b_k) - b_k f(a_k)}{f(b_k) - f(a_k)}$$

$$\delta = 10^{-t+1} \text{ ou } \frac{1}{2} 10^{-t+1}$$

$$x_{k+1} = \phi(x_k)$$

Boa Sorte!
Não esqueçam de usar
o cérebro. Ok?



Observações:

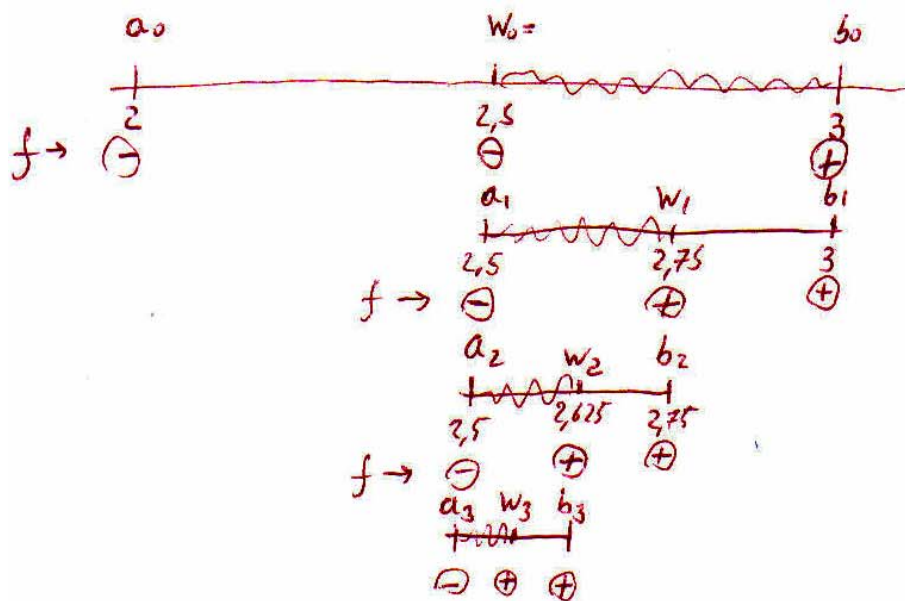
- Os cálculos podem ser feitos a lápis mas as respostas finais devem ser apresentadas a caneta.
- Não serão consideradas respostas finais sem seus respectivos cálculos ou justificativas.
- Questões puramente discursivas devem ser respondidas a caneta.
- Não é permitido a utilização de celulares ou outros aparelhos eletrônicos (com exceção da calculadora).
- Não é permitido ir ao banheiro ou sair para beber água durante a prova (exceto em emergências).
- Os alunos só poderão entregar a prova e serem liberados após 30 minutos do início da prova.
- Para assinar a lista de presença é obrigatório apresentar algum documento de identificação com foto.
- Não destaque as folhas de prova.
- TODAS as folhas de prova devem ser assinadas IMEDIATAMENTE após o recebimento do aluno.

Exercício - P16

1ª Questão

$$f(w) = w \log(w) - 1$$

a) BISECCÃO



$$w_0 = \frac{2+3}{2} = 2,5$$

$$w_1 = \frac{2,5+3}{2} = 2,75$$

$$w_2 = \frac{2,5+2,75}{2} = 2,625$$

$$w_3 = \frac{2,5+2,625}{2} = 2,5625$$

Estimando o sinal da função

$$f(a_0) = f(2) = -0,3979$$

$$f(b_0) = f(3) = 0,43136$$

$$f(w_0) = f(2,5) = -0,00515$$

$$f(w_1) = f(2,75) = 0,20816$$

$$f(w_2) = f(2,625) = 0,10021$$

$$f(w_3) = f(2,5625) = 0,047$$

Resposta:

$$w_0 = 2,5$$
$$w_1 = 2,75$$
$$w_2 = 2,625$$
$$w_3 = 2,5625$$

b)

$$k > \frac{\log(b_0 - d_0) - \log \epsilon}{\log 2} = \frac{\log(3-2) - \log(10^{-9})}{\log 2} = \frac{9 \log 10}{\log 2}$$

$$k > \frac{9}{0,301} = 29,897$$

Resposta: Teremos que fazer 30 iterações

c) MPF

$$w_0 = 2,5$$

$$w_1 = \phi(w_0) = w_0 - 1,3(w_0 \log w_0 - 1) = 2,506695$$

$$w_2 = \phi(w_1) = w_1 - 1,3(w_1 \log w_1 - 1) = 2,506142$$

$$w_3 = \phi(w_2) = w_2 - 1,3(w_2 \log w_2 - 1) = 2,506188$$

2ª Questão

$$x = 17532 \rightarrow 0,17532 \times 10^5$$

$$y = 21178 \rightarrow 0,21178 \times 10^5$$

NO momento de
dimensionamento

$$\bar{x} = 0,1753 \times 10^5$$

$$\bar{y} = 0,2118 \times 10^5$$

a)

$$EA_x = |x - \bar{x}| = 2$$

$$ER_x = \frac{|EA_x|}{|x|} = 1,142 \times 10^{-4}$$

$$ER_x(\%) = ER_x \cdot 100\% = 0,114\%$$

$$EA_y = |y - \bar{y}| = 2$$

$$ER_y = \frac{|EA_y|}{|y|} = 9,442 \times 10^{-5}$$

$$ER_y(\%) = ER_y \cdot 100\% = 0,0094\%$$

$$b) \sigma_{\text{med}} = \frac{1}{2} 10^{-t+1} = \frac{1}{2} 10^{-4+1} = 5 \times 10^{-4}$$

$$ER_{(x-y)} = \left| \frac{\bar{x}}{\bar{x}-\bar{y}} ER_x - \frac{\bar{y}}{\bar{x}-\bar{y}} ER_y \right| + \sigma_{\text{med}} = 8,42 \times 10^{-4}$$

$$ER_{(x/y)} = |ER_x - ER_y| + \sigma_{\text{med}} = 8,51 \times 10^{-4}$$

Resp: A operação x/y resultou num erro ligeiramente maior

3ª Questão

Etapa 1 - Matriz Inicial

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 2 & 3 & 11 \\ 9 & 5 & 1 & -8 \\ 2 & 3 & 10 & 6 \end{array} \right)$$

Pivotamento
Parede

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 5 & 1 & -8 \\ 0 & 2 & 3 & 11 \\ 2 & 3 & 10 & 6 \end{array} \right)$$

Etapa 2 - Triangularização

$$L3 = L3 - \frac{2}{9} L1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 5 & 1 & -8 \\ 0 & 2 & 3 & 11 \\ 0 & 1,8888 & 9,7777 & 7,7777 \end{array} \right)$$

$$L3 = L3 - \frac{1,8888}{2} L2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 9 & 5 & 1 & -8 \\ 0 & 2 & 3 & 11 \\ 0 & 0 & 6,9444 & -2,6111 \end{array} \right)$$

Etapa 3 - Re-escreva o sistema e resolva-lo

$$\begin{cases} 9x_1 + 5x_2 + x_3 = -8 \\ 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ 6,9444x_3 = -2,6111 \end{cases}$$

$x_1 = \frac{-5x_2 - x_3 - 8}{9} = -4,216$

$x_2 \approx 6,064$

$x_3 = \frac{-2,6111}{6,9444} = -0,376$

Resposta: A solução do sistema é $(-4,216; 6,064; -0,376)$

4ª Questão

a) Intervalo inicial \rightarrow Bisseccões e Posição Falsa
1 chute \rightarrow MPF e Newton
2 chutes \rightarrow Secante

b) NEWTON

c) $523899,091 \rightarrow 0,523899091 \times 10^6$

Msg 1 $\rightarrow 0,523899091 \times 10^6$
F(9,10,-8,8)

Msg 2 $\rightarrow 0,5238 \times 10^6$
F(4,10,-8,8)

Msg 3 \rightarrow OVERFLOW
F(4,10,-7,2)

d)

Msg 1

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Max}} 0,999999999 \times 10^8 \\ \xrightarrow{\text{Min}} 0,100000000 \times 10^{-8} \end{array}$$

Msg 2

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Max}} 0,9999 \times 10^8 \\ \xrightarrow{\text{Min}} 0,1000 \times 10^{-8} \end{array}$$

Msg 3

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{Max}} 0,9999 \times 10^2 \\ \xrightarrow{\text{Min}} 0,1000 \times 10^{-2} \end{array}$$