

## Avaliação P1

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_

### 1ª Questão (2.5pts):

Um chinês ganhou de presente do pai uma máquina de calcular super moderna, capaz de armazenar 3 dígitos na mantissa utilizando **arredondamento**. Muito satisfeito, o ansioso rapaz efetuou duas operações em sua máquina nova envolvendo os números de árvores da plantação de seu pai ( $x=8234$ ) e o número médio de frutas de cada árvore ( $y=2388$ ).

a) Calcule os erros absolutos (EA), erros relativos (ER) e erros relativos percentuais (ER%) envolvidos no processo de utilização da máquina digital para cada número  $x$  e  $y$ ?

b) Após realizar as operações  $x+y$  e  $x \times y$  percebeu que uma das duas operações resultava no erro relativo maior. Qual foi?

### 2ª Questão (2.5pts):

Uma bola é arremessada para cima com velocidade  $v_0=30$  m/s a partir de uma altura  $x_0=5$  m em um local onde a aceleração da gravidade é  $g=-9.81$  m/s<sup>2</sup>. Sabendo que:

$$h(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

a) Calcule utilizando o **método da secante** as 2 primeiras iterações para o valor do tempo gasto para bola atingir o solo ( $h(t)=0$ ) adotando como chutes iniciais  $t_0=5$  e  $t_1=7$ .

b) Quantas iterações deveríamos fazer para encontrar a resposta do item a (raiz da função  $h(t)$ ) com uma precisão de cálculo de  $\epsilon = 10^{-9}$  utilizando o **método da bisseção** e os valores 5 e 7 como sendo o intervalo inicial?

### 3ª Questão (2.5pts):

O sistema abaixo descreve o numero de carros azuis ( $x$ ) vermelhos ( $y$ ) e pretos ( $z$ ) que atravessam um dado cruzamento por hora em dado sentido. Resolva o sistema linear utilizando o **método direto de eliminação de Gauss**. Utilize a técnica de pivoteamento parcial caso necessário.

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 9 \\ x + 2y + 2z = 3 \\ 4x - 3z = -2 \end{cases}$$

### 4ª Questão (2.5pts):

a) Transforme os números 153727 e 0,00032456 para o formato ponto flutuante.

b) Armazene os números do item a nas máquinas digitais que operam com as seguintes aritméticas de ponto flutuante: F(9,10, -8,8); F(4,10,-8,8) e F(4;10,2,2). Considere que as máquinas fazem arredondamento.

c) Quais seriam os números máximos e mínimos que podem ser representados nas três máquinas do item b.

## Formulário

$$EA_x = |x - \bar{x}|$$

$$|f(x_k)| < \varepsilon \text{ ou } |x_k - x_{k-1}| < \varepsilon \text{ ou } |b_k - a_k| < \varepsilon$$

$$ER_x = \left| \frac{EA_x}{\bar{x}} \right| = \left| \frac{x - \bar{x}}{\bar{x}} \right|$$

$$k > \frac{\log(b_0 - a_0) - \log(\varepsilon)}{\log(2)}$$

$$EA_{(xy)} = |\bar{x}EA_y + \bar{y}EA_x|$$

$$x_k = \frac{a_k + b_k}{2}$$

$$EA_{(x \pm y)} = |EA_x \pm EA_y|$$

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}$$

$$EA_{(x/y)} = \left| \frac{EA_x}{\bar{y}} - \frac{\bar{x}EA_y}{\bar{y}^2} \right|$$

$$x_{k+1} = \frac{x_{k-1}f(x_k) - x_k f(x_{k-1})}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$$

$$F(t, \beta, e_{\min}, e_{\max}) \rightarrow \pm 0, d_1 \dots d_t \times \beta^e$$

$$ER_{(xy)} = |ER_x + ER_y| + \delta$$

$$L'_i \leftarrow L_i - m_{ik} L_k \quad m_{ik} = \frac{a_{ik}}{a_{kk}}$$

$$ER_{(x/y)} = |ER_x - ER_y| + \delta$$

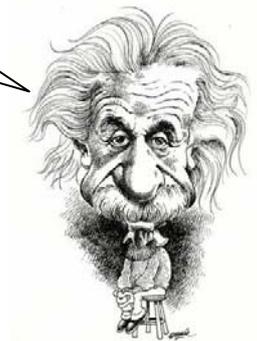
$$ER_{(x \pm y)} = \left| \frac{\bar{x}}{\bar{x} \pm \bar{y}} ER_x \pm \frac{\bar{y}}{\bar{x} \pm \bar{y}} ER_y \right| + \delta$$

$$x_k = \frac{a_k f(b_k) - b_k f(a_k)}{f(b_k) - f(a_k)}$$

$$\delta = 10^{-t+1} \text{ ou } \frac{1}{2} 10^{-t+1}$$

$$x_{k+1} = \phi(x_k)$$

Boa Sorte!  
Não esqueçam de usar  
o cérebro. Ok?



### Observações:

- Os cálculos podem ser feitos a lápis mas as respostas finais devem ser apresentadas a caneta.
- Não serão consideradas respostas finais sem seus respectivos cálculos ou justificativas.
- Questões puramente discursivas devem ser respondidas a caneta.
- Não é permitido a utilização de celulares ou outros aparelhos eletrônicos (com exceção da calculadora).
- Não é permitido ir ao banheiro ou sair para beber água durante a prova (exceto em emergências).
- Os alunos só poderão entregar a prova e serem liberados após 30 minutos do início da prova.
- Para assinar a lista de presença é obrigatório apresentar algum documento de identificação com foto.
- Não destaque as folhas de prova.
- TODAS as folhas de prova devem ser assinadas IMEDIATAMENTE após o recebimento do aluno.

# GABARITO P1a

## 1ª Questão

$$X = 8234 \rightarrow 0,8234 \times 10^4$$
$$Y = 2388 \rightarrow 0,2388 \times 10^4$$

NO MÓDULO C/ DIMENSIONAMENTO

$$\bar{X} = 0,823 \times 10^4$$

$$\bar{Y} = 0,239 \times 10^4$$

a)

$$EA_x = |x - \bar{x}| = 4$$

$$ER_x = \frac{EA_x}{|\bar{x}|} = 4,8602 \times 10^{-4}$$

$$ER_x(\%) = ER_x \cdot 100\% = 0,0486\%$$

$$EA_y = |y - \bar{y}| = 2$$

$$ER_y = \frac{EA_y}{|\bar{y}|} = 8,368 \times 10^{-4}$$

$$ER_y(\%) = ER_y \cdot 100\% = 0,083\%$$

b)  $\sigma_{\text{med.}} = \frac{1}{2} \times 10^{-t+1} = 0,5 \times 10^{-3+1} = 5 \times 10^{-3}$

$$ER_{(x+y)} = \left| \frac{\bar{x}}{\bar{x} + \bar{y}} ER_x + \frac{\bar{y}}{\bar{x} + \bar{y}} ER_y \right| + \sigma_{\text{med.}} = 5,56 \times 10^{-3}$$

$$ER_{(x \cdot y)} = |ER_x + ER_y| + \sigma_{\text{med.}} = 6,32 \times 10^{-3}$$

Resposta: A operação  $x \cdot y$  resultou num erro maior

## 2ª Questão

$$f(x) = 5 + 30x - 4,905x^2$$

Substituir os pontos no função  $f(x)$ .

a)  $x_0 = 5$

$$x_1 = 7$$

$$x_2 = \frac{x_0 f(x_1) - x_1 f(x_0)}{f(x_1) - f(x_0)} = +6,12$$

$$f(x_0) = f(5) = +32,375$$

$$f(x_1) = f(7) = -25,395$$

$$f(x_2) = f(6,12) = +4,886$$

(1)

$$x_3 = \frac{x_1 f(x_2) - x_2 f(x_1)}{f(x_2) - f(x_1)} = +6,26$$

b)

$$k > \frac{\log(b_0 - a_0) - \log \epsilon}{\log 2}$$

com  $b_0 = 7$ ,  $a_0 = 5$  e  $\epsilon = 10^{-9}$

$$k > \frac{9,3}{0,3} = 31$$

Resp. Temos que fazer no mínimo 31 iterações com o método de Bisseção para atingirmos o precisão de  $10^{-9}$ .

### 3ª Questão

Etapa 1 - matriz aumentada

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 9 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & -3 & -2 \end{array} \right)$$

Etapa 2 - Troca de linhas

$$L_2 = L_2 - \frac{1}{3} L_1$$

$$L_3 = L_3 - \frac{4}{3} L_1$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 9 \\ 0 & 3,3333 & 1,6666 & 0 \\ 0 & 5,3333 & -4,3333 & -14 \end{array} \right)$$

$$L_3 = L_3 - \frac{5,3333}{3,3333} L_2$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & 9 \\ 0 & 3,3333 & 1,6666 & 0 \\ 0 & 0 & -7 & -14 \end{array} \right)$$

Etap 3 - RESOLVER O SISTEMA E RESOLVER-LO

$$\begin{cases} 3x - 4y + z = 9 \\ 3,3333y + 1,666z = 0 \\ -7z = -14 \end{cases} \begin{matrix} \xrightarrow{x=1} \\ \xrightarrow{y=-1} \\ \xrightarrow{z=2} \end{matrix}$$

Respostas. O sistema do sistema é (1; -1; 2)

**4ª Questão**

a)

$$153727 \rightarrow 0,153727 \times 10^6$$

$$0,00032456 \rightarrow 0,32456 \times 10^{-3}$$

b) **Msy. 1**  $0,153727000 \times 10^6$   
 $F(9,10,-8,8)$   $0,324560000 \times 10^{-3}$

**Msy. 2**  $0,1537 \times 10^6$  e/ou  $0,3246 \times 10^{-3}$   
 $F(4,10,-8,8)$

**Msy. 3** OVERFLOW p/0 número 153727  
 $F(4,10,-2,2)$  UNDERFLOW p/0 número 0,00032456

c) **Msy. 1**  $\rightarrow$  MAX =  $0,99999999 \times 10^8$   
 $\rightarrow$  MIN =  $0,00000000 \times 10^{-8}$  **Msy. 3**  $\rightarrow$  MAX =  $0,9999 \times 10^{+2}$   
 $\rightarrow$  MIN =  $0,1000 \times 10^{-2}$

**Msy. 2**  $\rightarrow$  MAX =  $0,9999 \times 10^8$   
 $\rightarrow$  MIN =  $0,1000 \times 10^{-8}$