Cálculo Numérico

Faculdade de Ciências Sociais Aplicadas e Comunicação – FCSAC
Faculdade de Engenharia, Arquiteturas e Urbanismo – FEAU

Prof. Dr. Sergio Pilling (IPD/ Física e Astronomia)

1ª Lista de Exercícios

A. Exercícios sobre erros em máquinas digitais

1) Converta os seguintes números decimais para binário:
   a) 39
   b) 1500
   c) 65,023

2) Converta os seguintes números binários para decimal:
   a) $(0.1101)_2$,
   b) $(101111101)_2$
   c) $(11011,01)_2$

3) Escreva os números abaixo na notação ponto flutuante.
   a) 0.000000123
   b) 25
   c) 52342034342
   d) 1200
   e) 132^2

4) quais são as principais fontes de erros devido a operações em maquinas digitais?

5) Como esses números acima seriam representados numa maquina digital se tivesse apenas 4 dígitos na mantissa? De a resposta ainda utilizando a notação ponto flutuante e empregando o arredondamento (se preciso).

6) Qual(is) do(s) número(s) acima não seria(m) possível(is) de ser(em) representado(s) num maquina digital cuja os valores máximos e mínimos dos expoente da representação ponto flutuante fosse 2 e -2?

7) Calcule o erro relativo e o erro absoluto envolvidos nos seguintes cálculos numéricos abaixo onde o valor preciso da solução e dado por x e o valor aproximado e dado por $\overline{x}$.
   a) $x = 0,0020$ e $\overline{x} = 0,0021$
   b) $x = 530000$ e $\overline{x} = 529400$
   c) $x = 2x10^{12}$ e $\overline{x} = 1.872 \times 10^{12}$

8) Seja um sistema de aritmética de ponto flutuante de quatro dígitos e base decimal que armazena os números utilizando truncamento: Dado os números: $x = 0.7237\times10^4$, $y = 02145\times10^{-3}$ e $z = 0.2585\times10^1$ obtenha o erro relativo das operações abaixo. Qual das opercoes apresenta o maior erro? *DICA: Lembre-se que em cada operação há sempre um fator que devemos somar para levar em consideração o fato de estarmos truncando ou arrendoando os números.*

a) x+y+z
b) x-y-z
c) x/y
d) (xy)/z
e) x(y/z)

B. Exercícios sobre zeros de funções

1) Dos métodos numéricos estudados para encontrar zeros de funções quais necessitam que seja definido um intervalo onde supostamente estaria o zero da função? Quais métodos precisam de 1 chute inicial para se encontrar o zero da função e qual método exigem 2 chutes inicias?

2) Dos métodos numéricos estudados para encontrar zeros de funções quais tem convergência garantida?

3) Como que uma maquina digital sabe que ela tem que parar de fazer uma determinada conta num processo iterativo?

4) Qual dos métodos numéricos estudados para encontrar zeros de funções é necessário utilizar a derivada da função no processo iterativo?

5) Calcule as 3 primeiras iterações dos 5 métodos estudados para a função abaixo:

$f(x) = 4\text{sen}(x) - e^x$; $\xi \in (0, 1)$; $\varepsilon = 10^{-5}$

	Bissecção	Posição Falsa	MPF $\varphi(x) = x - 2\,\text{sen}(x) + 0.5e^x$	Newton	Secante
Dados Iniciais	[0, 1]	[0, 1]	$x_0 = 0.5$	$x_0 = 0.5$	$x_0 = 0$; $x_1 = 1$

Considerando que o zero para essa função ocorre em 0.37055, após a terceira iteração qual dos métodos esta mais próximo da solução? Qual é o erro absoluto e relativo do resultado aproximado obtido por cada um dos métodos após a terceira iteração? No caso do método da bissecção qual seria no número de iterações necessárias para que se atingisse uma solução aproximada para a raiz da equação com a precisão desejada?

C. Exercícios sobre sistemas de equações lineares

1) Para que serve a técnica de pivoteamento parcial, que deve ser empregada no processo de resolução de um sistema de equações pelo método direto de eliminação de Gauss?

2) Resolva os sistemas lineares abaixo usando o método direto de eliminação de Gauss (com pivoteamento e triangularização da matriz dos coeficientes). Use a técnica de pivoteamento parcial se necessário.

a)

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 3x_3 = -2 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 7 \\ -6x_1 + 4x_2 - 8x_3 + x_4 = -9 \\ 9x_1 - 6x_2 + 19x_3 + x_4 = 23 \\ 6x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 15x_4 = 11 \end{cases}$$

3) Qual é a diferença entre os métodos iterativos Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel de resolução de sistemas de equações lineares?

4) Calcule as duas primeiras iterações dos sistemas abaixo pelos métodos de Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel. Dica: use como chute inicial $x_i^{(0)}=0$

a)

$$\begin{cases} 0.252x_1 + 0.36x_2 + 0.12x_3 = 7 \\ 0.112x_1 + 0.16x_2 + 0.24x_3 = 8 \\ 0.147x_1 + 0.21x_2 + 0.25x_3 = 9 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 7 \\ -6x_1 + 4x_2 - 8x_3 + x_4 = -9 \\ 9x_1 - 6x_2 + 19x_3 + x_4 = 23 \\ 6x_1 - 4x_2 - 6x_3 + 15x_4 = 11 \end{cases}$$

5) Calcule os valores da distancia d_r nas duas primeiras iterações de cada item do exemplo anterior. Considerando uma precisão igual 0.001 ($\varepsilon = 10^{-3}$) essas duas primeiras iterações são suficientes para resolver os sistemas?

Dica: $d_r^{(k)} = \dfrac{d^{(k)}}{\max\limits_{1 \le i \le n} |x_i^{(k)}|} < \varepsilon$ onde $d^{(k)} = \max\limits_{1 \le i \le n} |x_i^{(k)} - x_i^{(k-1)}|$

6) Verifique se a matriz dos sistemas abaixo tem convergência garantida pelos métodos numéricos iterativos. Dica: Aplique os critérios de linhas e de Sassenfeld. No caso do sistema que não tenha convergência garantida, o que poderíamos fazer para que ele tivesse convergência garantida nos métodos numéricos estudados?

a)

$$\begin{cases} 20x_1 + 7x_2 + 9x_3 = 16 \\ 7x_1 + 30x_2 + 8x_3 = 38 \\ 9x_1 + 8x_2 + 30x_3 = 38 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x - 3y + z = 1 \\ 6x - 18y + 4z = 2 \\ -x + 3y - z = 4 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 4x_1 - x = 1 \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \\ -x_2 + 4x_3 - x_4 = 1 \\ -x_3 + 4x_4 = 1 \end{cases}$$

7) Usando o critério de Sassenfeld, verifique para que valores positivos de k se tem garantia de que o método de Gauss-Seidel vai gerar uma seqüência convergente para a solução do sistema:

$$\begin{cases} kx_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ kx_1 + 6x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + 6x_2 + 7x_3 = 3 \end{cases}$$