Cálculo Diferencial e Integral I

Faculdade de Engenharia, Arquiteturas e Urbanismo – FEAU

Prof. Dr. Sergio Pilling

UNIVERSIDADE DO VALE DO PARAÍBA
São José dos Campos - SP

Lista de exercício #3 – Limites e Derivadas

1ª Questão: Considere a seguinte função: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2}, & \text{if } x < -1 \\ 2, & \text{if } -1 \leq x < 1 \\ 3, & \text{if } x = 1 \\ x+1, & \text{if } 1 < x \leq 2 \\ \frac{-1}{(x-2)^2}, & \text{if } x > 2 \end{cases}$

a) Desenhe o gráfico da função para valores de x dentro do intervalo [-5,5]
b) Calcule os seguintes limites:

I) $\lim_{x \to -1^+} f(x)$
II) $\lim_{x \to -1^-} f(x)$
III) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$
IV) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$

2ª Questão: Calcule os limites abaixo:

a) $\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{2+h} - \sqrt{2}}{h}$ b) $\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 + 8x - 3}{3x^2 + 2}$

3ª Questão: Calcule os limites abaixo utilizando a regra de l´Hopital :

a) $\lim_{x \to 1} \frac{\ln x}{x^2 - x}$ b) $\lim_{x \to 0} \frac{4x - \sin 4x}{x^3}$ c) $\lim_{x \to 1} \frac{\sin(\pi x)}{x - 1}$

d) $\lim_{x \to 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x}$

4ª Questão: Utilizando a noção de limite calcule a derivada da função: $f(x) = \frac{115x}{23} + \frac{47}{2}$

5ª Questão : Calcule as derivadas das funções abaixo via noção de limite:

a) $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{3}{5}$ b) $f(x) = \cos(3x)$

DICA: Utilize a identidade trigonométrica ao lado $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$

e os seguintes limites fundamentais: $\lim_{h \to 0} \frac{\cos h - 1}{h} = 0$ e $\lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} = 1$.

6ª Questão: Calcule as seguintes derivadas das funções abaixo:

a) $f(x) = \sin(\cos(4x))$ b) $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{x^7}}$ **c)** $f(x) = e^{4x^2} + \cos(x)/tg(x) + 12$

d) $f(x) = 5^{x/2} + 6x \arccos(2x^3)$ **e)** $f(x) = \ln(5x)(x^3 + 2x)$

f) $f(x) = 3e^{(x^2-4)}$

7ª Questão: Encontre os pontos críticos e esboce o gráfico da função: $f(x) = x^4 - 4x^3$

8ª Questão: Para quais valores de x a primeira e segunda derivada da função abaixo é igual a 5.

a) $f(x) = \frac{4}{7}x^3 + 2x$

Tabela das principais derivadas:

$y = u^n \Rightarrow y' = n\,u^{n-1}u'.$

$y = uv \Rightarrow y' = u'v + v'u.$

$y = \frac{u}{v} \Rightarrow y' = \frac{u'v - v'u}{v^2}.$

$y = a^u \Rightarrow y' = a^u(\ln a)\,u',\ (a > 0,\ a \neq 1).$

$y = e^u \Rightarrow y' = e^u u'.$

$y = \log_a u \Rightarrow y' = \frac{u'}{u}\log_a e.$

$y = \ln u \Rightarrow y' = \frac{1}{u}u'.$

$y = u^v \Rightarrow y' = v\,u^{v-1}\,u' + u^v(\ln u)\,v'.$

$y = \text{sen}\ u \Rightarrow y' = u' \cos\ u.$

$y = \cos\ u \Rightarrow y' = -u'\text{sen}\ u.$

$y = \text{tg}\ u \Rightarrow y' = u' \sec^2 u.$

$y = \text{cotg}\ u \Rightarrow y' = -u'\text{cosec}^2 u.$

$y = \sec\ u \Rightarrow y' = u' \sec\ u\ \text{tg}\ u.$

$y = \text{cosec}\ u \Rightarrow y' = -u'\text{cosec}\ u\ \text{cotg}\ u.$

$y = arc\ \text{sen}\ u \Rightarrow y' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}.$

$y = arc\ \cos\ u \Rightarrow y' = \frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}.$

Definição de derivada Segundo a notação de limite:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$