

**PARTE A – Capítulo 4****Luz como uma onda, refração, polarização, difração e interferência.  
Formação de imagens e instrumentos óticos.**

Objetivos: Nesta aula iremos vermos as propriedades da luz como uma onda (eletromagnética). Serão apresentados conceitos sobre ótica geometria como refração a formação de imagens (usando lentes e espelhos). Discutiremos brevemente os fenômenos da difração e interferência da luz. Por fim detalharemos alguns instrumentos óticos como, por exemplo, a lupa, o microscópio, entre outros.

**1 – Luz como uma onda.**

Vimos na aula anterior que a luz (assim como raios infravermelho, raios ultravioleta, raios X e ondas de radio) é um tipo de onda não-mecânica que pertence ao grupo das ondas eletromagnéticas. Elas são chamadas assim pois ao se propagarem perturbam campos elétricos e magnéticos. Por essa perturbação ser perpendicular a direção de propagação elas pertencem a classe de ondas transversais.

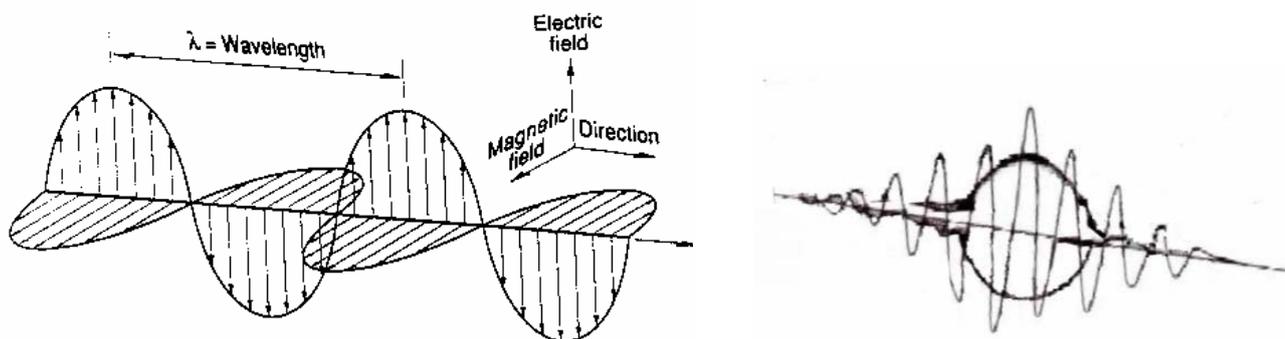


Fig. Modelo de onda eletromagnética (esq). Modelo de um pacote de ondas eletromagnético – fótons (dir.)

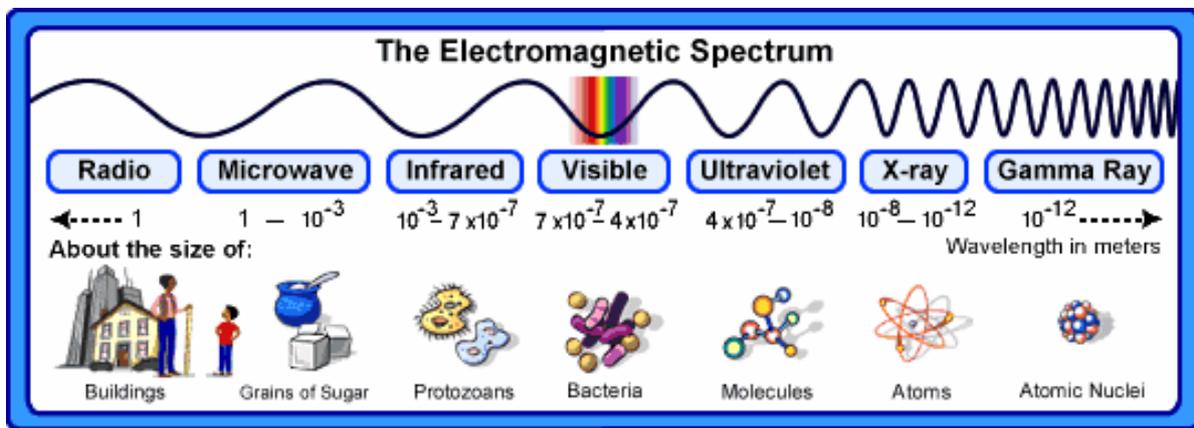
As grandezas usadas para caracterizarão de uma onda eletromagnética são o comprimento de onda  $\lambda$  e a frequência  $f$  (às vezes também chamada pela letra grega  $\nu$ ).

Vimos que existe uma relação entre  $\lambda$  e  $f$  para as ondas em geral

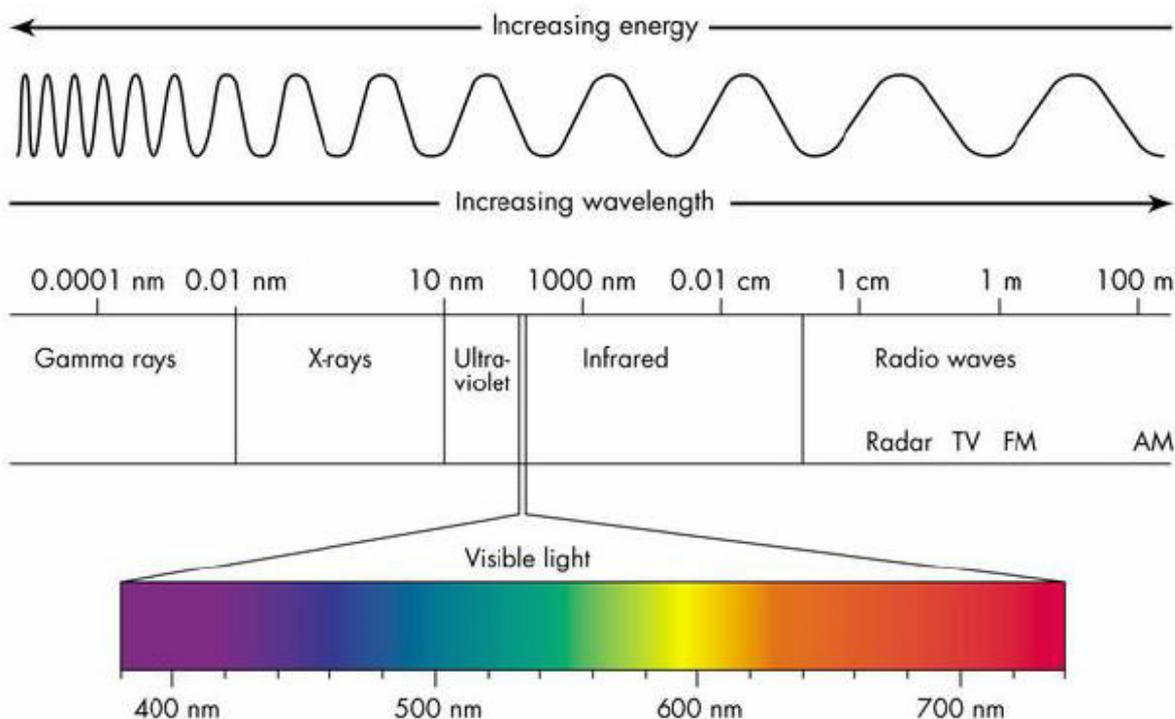
$$\lambda \cdot f = \nu$$

onde  $\nu$  é a velocidade de propagação da onda. No caso particular de uma onda eletromagnética  $\nu = c \approx 3 \times 10^8$  m/s que é a velocidade da luz (no vácuo).

O conjunto de ondas eletromagnéticas com diferentes comprimento de onda, desde os muito pequenos (raio X, UV) até os muito grandes (ondas de rádio) fazem parte do que chamamos de espectro eletromagnético.



Comprimento de onda (m)	Outras unidades	Espécimes	Radiação
10 <sup>-15</sup>		núcleo dos átomos	raios gama raios X
10 <sup>-12</sup>	1,24 MeV		
10 <sup>-11</sup>	0,1 Å	átomos	ultravioleta
10 <sup>-10</sup>	1,0 Å		
10 <sup>-9</sup>	1 nm	vírus moléculas	luz visível
10 <sup>-8</sup>	100 Å		
10 <sup>-7</sup>	1 000 Å 4 000 Å 7 000 Å		
10 <sup>-6</sup>	1 μm	células	infravermelha
10 <sup>-5</sup>	10 μm		
10 <sup>-4</sup>	100 μm	insetos	ondas de rádio
10 <sup>-3</sup>	1 mm		
10 <sup>-2</sup>	1 cm	televisão e FM	
10 <sup>-1</sup>	10 cm		
1	300 MHz		
10	30 MHz		
10 <sup>2</sup>	3 MHz		
10 <sup>3</sup>	1 km		



A luz propaga energia sem propagar massa, sendo importante para todo tipo de vida que existe na Terra. Ela proporciona aos espécimes informações sobre seu meio ambiente vitais para a sua sobrevivência. A luz também é muito utilizada em aplicações médicas, científicas, tecnológicas etc. Sua *natureza* pode ser:

- ◆ ondulatória, do tipo onda transversal;
- ◆ ou corpuscular, ou seja, consiste de *quantum* de energia.

Se a frequência da luz for  $\nu$ , seu quantum de energia  $\Delta E$  será definido como

$$\blacktriangleright \quad \Delta E = h \cdot \nu = hc/\lambda. \quad (11.1)$$

$h$  é a constante de Planck de valor  $6,626 \times 10^{-34}$  J.s, e  $c$  é a velocidade da luz no ar ou no vácuo de valor constante  $3 \times 10^8$  m/s. Como a luz visível é policromática, sua energia total será determinada a partir da integração dos quanta de energia correspondentes a cada frequência constituinte do espectro visível.

A velocidade  $v$  da luz em um meio que não seja ar ou vácuo depende das características desse meio. O *índice de refração*  $n$  é um parâmetro que caracteriza um meio óptico e é definido

$$\blacktriangleright \quad n = c/v. \quad (11.2)$$

Como  $c \geq v$  para qualquer meio óptico, então sempre teremos  $n \geq 1$ . Para o caso do ar ou vácuo, temos  $n = 1$ . Valores de  $n$  para outros meios estão relacionados na Tabela 11.1.

**Tabela 11.1** Índice de Refração de Algumas Substâncias (Valores Correspondentes à Luz Amarela)

Substância	n	Substância	n	Substância	n
Ar (CNPT)	1,000	Diamante	2,4168	Crounglas	1,517
Água a 20°C	1,333	Cristal de quartzo	1,553	Cloreto de sódio	1,544
Acetona a 20°C	1,358	Quartzo fundido	1,458	Lente do olho	1,424
Etanol a 20°C	1,360	Flint glass	1,650	Humor vítreo	1,336

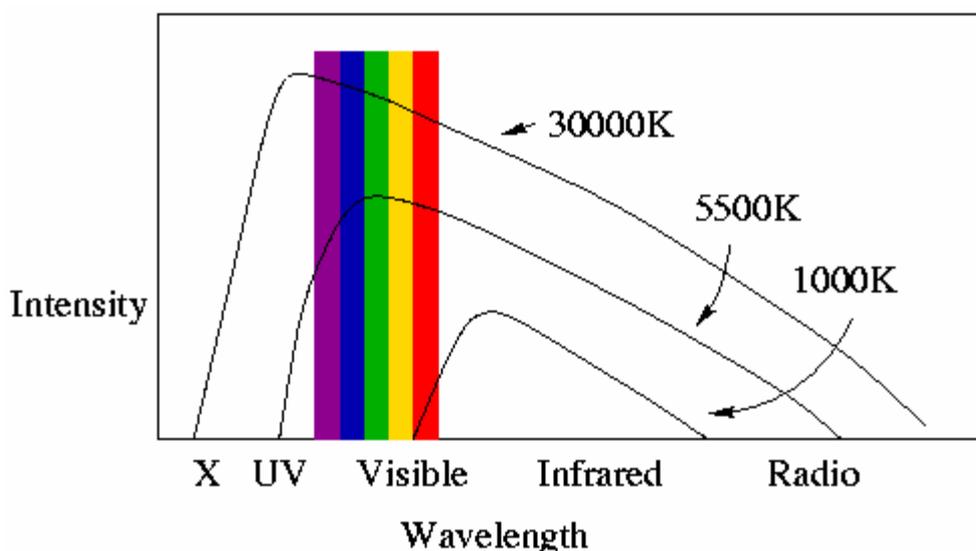
**Exemplo:** O comprimento de onda típico das microondas é 3 cm; da luz vermelha é 6 500 Å; e dos raios x brandos é 0,37 Å. Determine o valor de um quantum de energia de cada uma dessas radiações eletromagnéticas. Comente o resultado.

**Resolução:** Na equação (11.1), substituindo os valores da constante de Planck e da velocidade da luz no vácuo, temos  $\Delta E = (19,878 \times 10^{-26}/\lambda)J$ , quando medimos  $\lambda$  em metros. Logo,

para as microondas com  $\lambda = 3 \times 10^{-2}$  m, teremos  $\Delta E_{mw} = 6,626 \times 10^{-24}$  J;  
 para a luz vermelha com  $\lambda = 6,5 \times 10^{-7}$  m, teremos  $\Delta E_{ver} = 3,058 \times 10^{-19}$  J;  
 e, para os raios x brandos com  $\lambda = 0,37 \times 10^{-10}$  m, teremos  $\Delta E_{rx} = 5,372 \times 10^{-15}$  J.

A unidade de energia mais utilizada no caso das radiações eletromagnéticas é o elétron volt (eV), que tem a seguinte equivalência:  $1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19}$  J. Em função dessa unidade, teremos  $\Delta E_{mw} = 4,12 \times 10^{-5}$  eV  $\ll \Delta E_{ver} = 1,91$  eV  $\ll \Delta E_{rx} = 3,35 \times 10^4$  eV.

Os corpos ao trocarem calor com o meio estão, sob o ponto de vista mais detalhado, perdendo ou recebendo energia eletromagnética. Corpos muito quentes emitem radiação eletromagnética com comprimentos de onda bem pequenos (ex. azul, amarelo) e corpos mais frios emitem radiação eletromagnética em comprimentos de onda maiores como vermelho. Corpos mais frios ainda emitem na faixa do infravermelho e microondas. Esse tipo de fenômeno é chamado de radiação de corpo negro e existe uma relação matemática conhecida com **lei de Wien** que relaciona a temperatura do corpo com a região do espectro eletromagnético onde ocorre o máximo de sua emissão conforme pode ser visto abaixo:



$$\lambda_{\max} = \frac{0.0028976m}{T \text{ (K)}}$$

Fig. Distribuição de energia térmica (curva de corpo negro) e lei de Wien

### Exercício resolvido.

Em qual comprimento de onda esta o máximo de emissão (eletromagnética) dos corpos que estão nas temperaturas de 2000° C, 36° C e a - 100° C.

### Solução:

- a) 4000° C = 2273 K →  $\lambda = 0,0028976 / 2273 = 6,78 \times 10^{-7} \text{ m} = 678 \text{ nm}$  (visível)  
b) 36° C = 309 K →  $\lambda = 0,0028976 / 309 = 9,37 \times 10^{-6} \text{ m} = 9,37 \text{ }\mu\text{m}$  (infravermelho)  
c) -270° C = 3 K →  $\lambda = 0,0028976 / 3 = 9,655 \times 10^{-4} \text{ m} \sim 1 \text{ mm}$  (radio)

### Exercício proposto.

Transforme os valores abaixo:

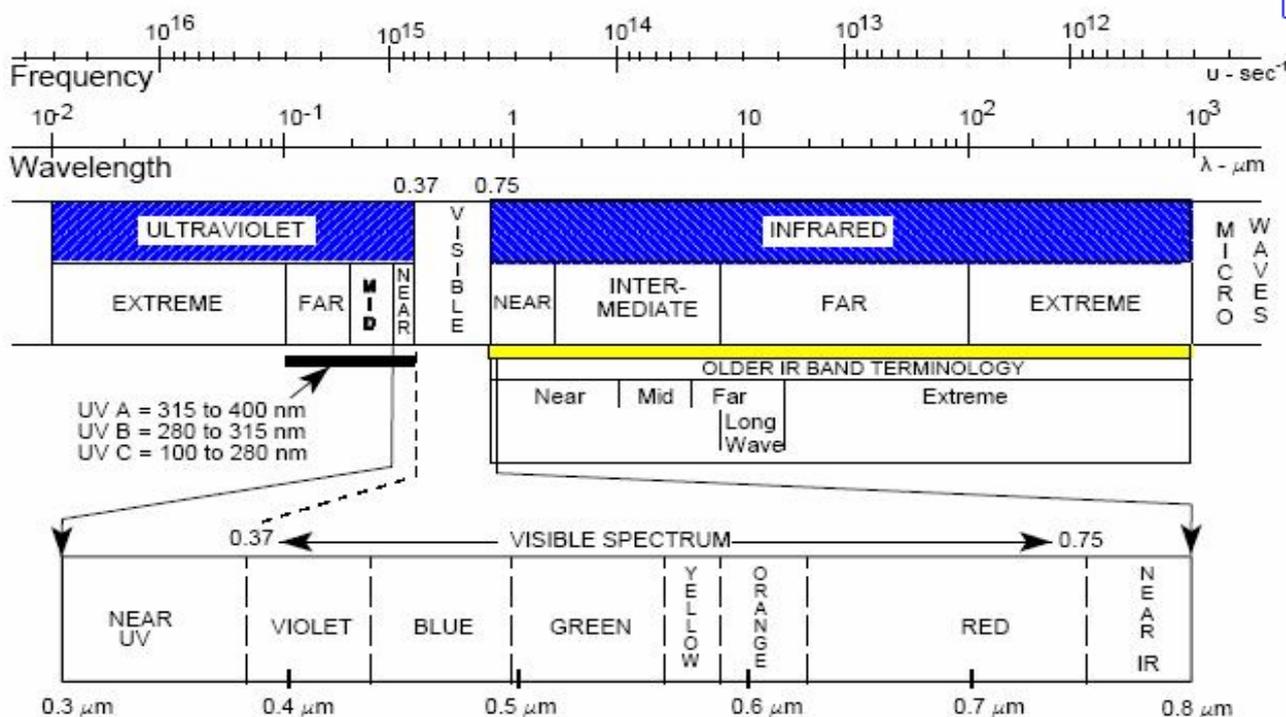
- a) 300 nm para frequência e também em energia (em eV e em J).  
b) 200 MHz para comprimento de onda (em metro) e também em energia (em J).  
c) 13 eV para frequência (em GHz) e comprimento de onda (em micron).

DADOS: Usar a relação  $\Delta E = h \cdot \nu = hc/\lambda$  para todas essas conversões  $h =$  constante de Planck =  $6,626068 \times 10^{-34} \text{ J/s}$ ;  $c =$  velocidade da luz no vácuo =  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ; 1 elétron volt =  $1,60217646 \times 10^{-19} \text{ J}$

### Solução

- a)  $300 \text{ nm} = 3 \times 10^{-7} \text{ m} \rightarrow \nu = c/\lambda = 3 \times 10^8 / 3 \times 10^{-7} = 1 \times 10^{15} \text{ Hz} = 1\,000\,000 \text{ GHz} = 10\,000 \text{ THz}$   
 $\Delta E = h \nu = 6,626068 \times 10^{-34} \times 1 \times 10^{15} = 6,62 \times 10^{-19} \text{ J} = 4,13 \text{ eV}$
- b)  $200 \text{ MHz} = 2 \times 10^8 \text{ Hz} \rightarrow \lambda = c/\nu = 3 \times 10^8 / 2 \times 10^8 = 1,5 \text{ m}$   
 $\Delta E = h \nu = 6,626068 \times 10^{-34} \times 2 \times 10^8 = 1,32 \times 10^{-25} \text{ J} = \text{eV}$
- c)  $13 \text{ eV} = 2,08 \times 10^{-18} \text{ J} \rightarrow \nu = \Delta E / h = 2,08 \times 10^{-18} / 6,626068 \times 10^{-34} = 3,14 \times 10^{15} \text{ Hz} = 3\,140\,000 \text{ GHz}$   
 $\lambda = c/\nu = 3 \times 10^8 / 3,14 \times 10^{15} = 9,55 \times 10^{-8} \text{ m} = 0,0955 \text{ }\mu\text{m}$

### Subdivisões do ultravioleta e infravermelho



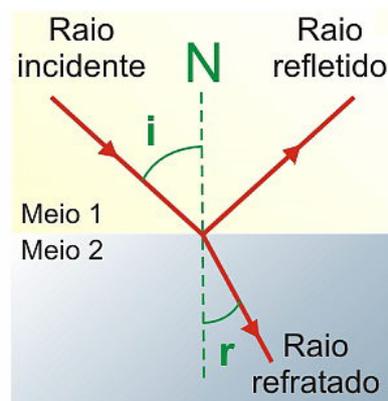
## 2 – Reflexão e Refração da luz

Cada meio, mesmo sendo transparente, oferece uma maior ou menor dificuldade à passagem da luz. Esta dificuldade recebe o nome de Refringência e é estimada por um parâmetro físico chamado de índice de refração absoluto do meio ( $n_{\text{meio}}$ ) dado por:

$$n_{\text{meio}} = \frac{c}{V_{\text{meio}}}$$

onde  $c = 3 \times 10^8$  m/s é a velocidade da luz no vácuo e  $V_{\text{meio}}$  a velocidade da luz no meio. A definição acima nos mostra que, quanto menor for a velocidade da luz num meio, maior será o índice de refração, ou seja, maior será a dificuldade da luz em propagar-se no meio. **O índice de refração de um dado meio também depende do comprimento de onda estando associado com as propriedades quânticas do meio.**

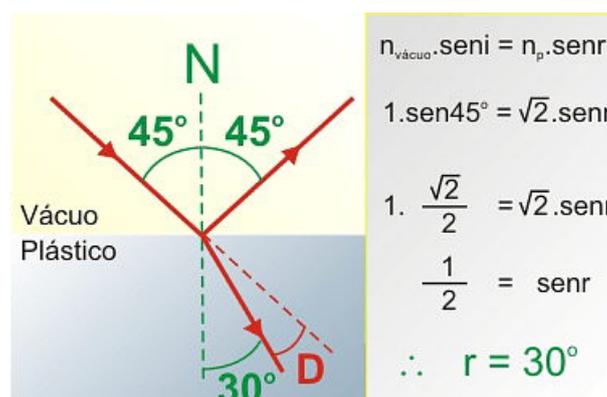
Quando a luz passa de um meio transparente para outro dizemos que ela sofre Refração. A figura a seguir ilustra exemplo típico de Refração que quase sempre vem acompanhada de Reflexão.



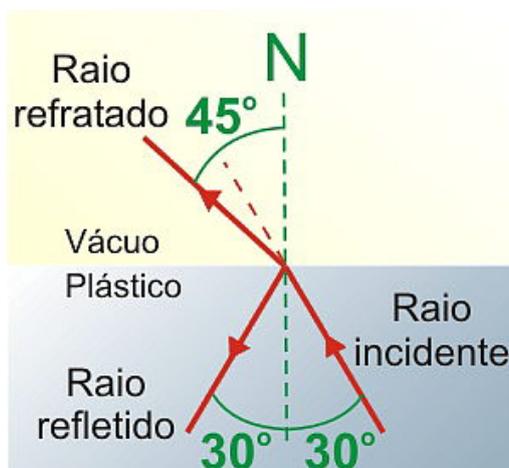
A Refração é descrita quantitativamente pela **Lei de Snell-Descartes**:

$$n_1 \cdot \text{sen}i = n_2 \cdot \text{sen}r$$

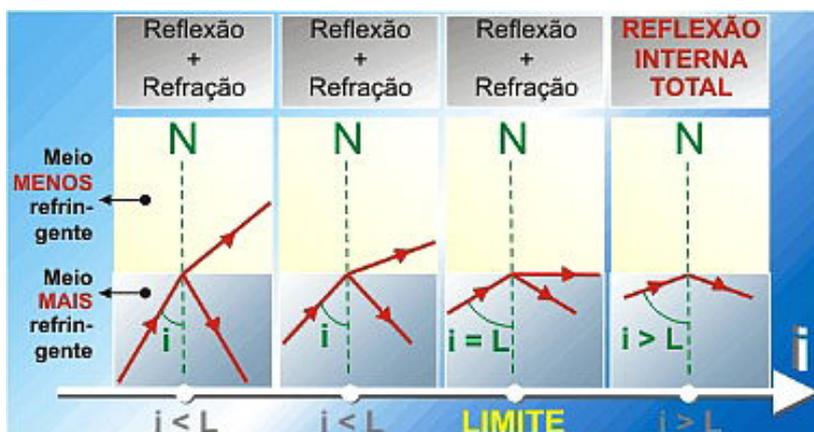
Esta lei relaciona os ângulos  $i$  (de incidência) e  $r$  (de refração) do raio de luz com os índices de refração dos dois meios. Para melhor entendê-la, nada como um exemplo numérico. Suponha a luz propagando-se no vácuo ( $n_{\text{vácuo}} = c/c = 1$ ) e incidindo em uma placa de plástico transparente de índice de refração  $n_p = 1,41$  (valor muito próximo de raiz quadrada de dois) formando  $i = 45^\circ$  com a direção normal, como nos mostra a figura abaixo já com o cálculo do ângulo  $r$ .



Observe que o raio passou do meio **menos** para o meio **mais** refringente e sofreu um desvio D, **aproximando-se** da direção normal **N** à superfície de separação entre os dois meios. Se fosse ao contrário, com a luz indo do meio **mais** para o meio **menos** refringente, o raio **afastar-se-ia** da normal, como na figura abaixo em que o sentido da propagação da luz foi invertido.



E aí vem uma das coisas mais bonitas e interessantes na Óptica clássica: com a luz indo do meio **mais** para o meio **menos** refringente, se aumentarmos gradativamente o ângulo de incidência **i**, teremos o raio refratado cada vez mais afastado da normal **N** até que ele acaba saindo rasante à superfície de separação dos meios. Esta é uma situação limite e por isso mesmo o ângulo **i** recebe o nome de ângulo limite **L**. Se tomarmos um ângulo **i** ainda maior (tal que **i > L**) a luz se afastará ainda mais da normal e voltará para o meio de origem. Logo, não sofrerá mais Refração, apenas Reflexão Interna Total. O componente de Refração deixa de existir e persiste apenas o componente de Reflexão. Parece mentira mas, mesmo sendo os dois meios transparentes, a luz é barrada a partir de uma certa inclinação do raio incidente!



Para calcularmos o ângulo crítico  $\theta_c$  para reflexão interna total temos que fazer o seguinte cálculo:

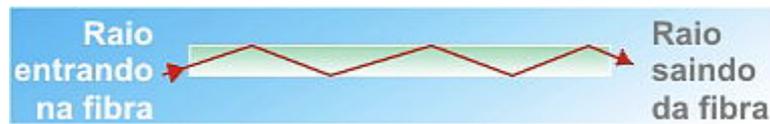
$$n_1 \times \text{sen } \theta_c = n_2 \times \text{sen } 90^\circ$$

Dessa forma, temos que:

$$\theta_c = \text{arcsen} \left( \frac{n_2}{n_1} \right)$$

Lembremos aqui que esse fenômeno **SÓ** existe se o feixe luminoso esta no de maior índice de refração ( $n_1$ ) e passa para com menor índice de refração ( $n_2$ ), por exemplo do vidro para o ar ou ainda da água para o ar.

A Reflexão Interna Total é a base do funcionamento das Fibras Ópticas nas quais um raio de luz entra por uma ponta e, após sofrer sucessivas reflexões, escapa pela outra extremidade.



Na tabela seguinte, são proporcionados dados aproximados dos índices de refração de diversas substâncias

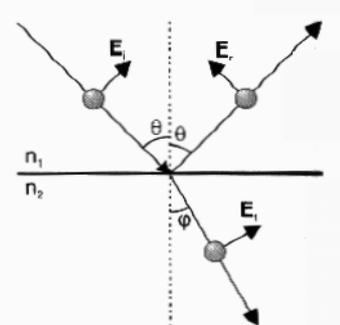
Substância	Índice de refração (em 589 nm)
Açúcar	1.56
Diamante	2.417
Mica	1.56-1.60
Benzeno	1.504
Glicerina	1.47
Água	1.333
Álcool etílico	1.362
Azeite de oliva	1.46

## Coefficientes de Reflexão e Transmissão

A fração de energia da luz que é refletida e transmitida na interface entre dois meios ópticos diferentes é medida pelos coeficientes de reflexão (R) e transmissão (T), respectivamente. Os valores desses coeficientes dependem:

- ♦ do ângulo de incidência;
- ♦ do índice de refração dos meios ópticos;
- ♦ da polarização da onda eletromagnética incidente.

A Figura 11.7 representa uma situação com os feixes incidente, refletido e transmitido em um mesmo plano ou *plano de incidência*. Os vetores campo elétrico  $E_i$ ,  $E_r$  e  $E_t$  de cada um desses feixes também se encontram neste plano, e os meios ópticos têm índice de refração  $n_1$  e  $n_2$ . Como podemos notar, a polarização desses vetores campo elétrico é *paralela* ao plano de incidência.



**Figura 11.7** Plano de incidência contendo os feixes incidente, refletido e refratado.

Os coeficientes de reflexão R e transmissão T de uma onda eletromagnética podem ser obtidos a partir das expressões

$$R = \left| \frac{E_{Or}}{E_{Oi}} \right|^2 \quad \text{e} \quad T = \frac{n_2}{n_1} \left| \frac{E_{Ot}}{E_{Oi}} \right|^2.$$

onde  $E_{oi}$ ,  $E_{or}$  e  $E_{ot}$  são as amplitudes da onda incidente, refletida e transmitida, respectivamente. As razões entre as amplitudes é dada pelas equações abaixo:

$$\frac{E_{Or}}{E_{Oi}} = \frac{n_1^2 \operatorname{sen}\theta \cos\phi - n_2^2 \cos\theta \operatorname{sen}\phi}{n_1^2 \operatorname{sen}\theta \cos\phi + n_2^2 \cos\theta \operatorname{sen}\phi}, \quad \frac{E_{Ot}}{E_{Oi}} = \frac{2n_1^2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta}{n_1^2 \operatorname{sen}\theta \cos\phi + n_2^2 \cos\theta \operatorname{sen}\phi}.$$

Quando a incidência é normal à superfície que separa os meios, temos

$$R = \frac{I_r}{I_i} = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \text{ e } T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4n_1n_2}{(n_2 + n_1)^2}.$$

$I_0$ ,  $I_r$  e  $I_t$  são as intensidades do feixe incidente, refletido e transmitido, respectivamente. Pela conservação da energia  $I_i = I_r + I_t$  ou  $R + T = 1$ .

### 3 - Polarização da luz

Já foi mencionado que as ondas luminosas são ondas transversais, isto é, consistem de vibrações transversais do vetor campo elétrico  $\vec{E}$  e do vetor campo magnético  $\vec{B}$ . Muitas substâncias são fortemente afetadas pelo vetor campo  $\vec{E}$ , o mesmo não ocorrendo com o vetor campo  $\vec{B}$ . Portanto, a onda luminosa será representada somente pelo vetor campo  $\vec{E}$ , mesmo porque deste pode ser obtido o vetor campo  $\vec{B}$ .

A Figura 17.12 mostra a propagação de um vetor campo elétrico, cuja amplitude é  $E$  e o sentido é para a direita.

As ondas luminosas emitidas, por exemplo, por um sólido aquecido possuem os vetores campo elétrico  $\vec{E}$  em todas as direções. Algumas possíveis orientações do vetor campo elétrico  $\vec{E}$ , quando uma onda luminosa é vista de frente, são ilustradas na Figura 17.13.

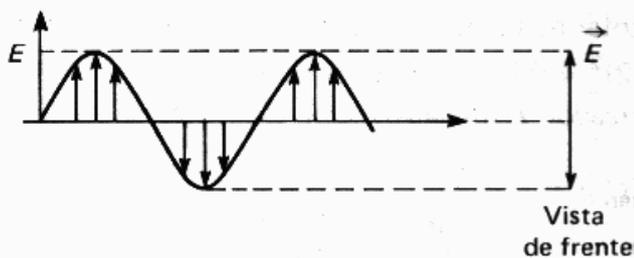


Figura 17.12 – Oscilação de um vetor campo elétrico  $\vec{E}$  perpendicular à direção de propagação.

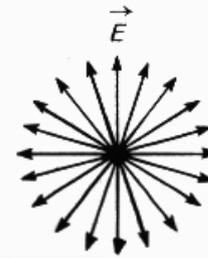


Figura 17.13 – Possíveis orientações do vetor campo elétrico  $\vec{E}$  vistas de frente.

*Polarizar* uma onda luminosa significa conseguir obter vibrações do vetor campo elétrico  $\vec{E}$  numa única direção, como são mostradas na Figura 17.14. Isso pode ser conseguido com uma folha de plástico chamada *polarizador*, contendo uma longa cadeia de macromoléculas orientadas numa única direção que forma o eixo óptico. Quando um polarizador intercepta uma onda luminosa contendo vibrações do vetor campo  $\vec{E}$  em todas as direções, somente as vibrações ao longo da orientação molecular são transmitidas, e diz-se que a luz emergente é *polarizada*, como ilustra a Figura 17.15.

Se a intensidade da luz não-polarizada for  $I_0$ , pode-se demonstrar que a intensidade  $I_1$  da luz polarizada resultante será dada por

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0$$

Como foi mencionado no Capítulo 15 a intensidade de uma onda em geral é proporcional ao quadrado da amplitude e, no caso da luz, ela é proporcional ao quadrado da amplitude do vetor campo elétrico. Nessas condições

$$I_0 \propto E_0^2$$

$$I_1 \propto E_1^2$$

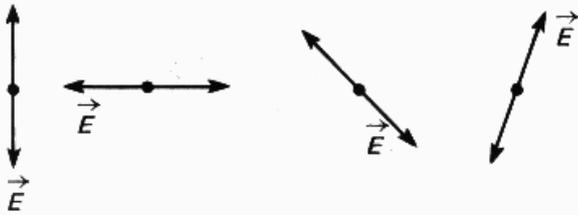


Figura 17.14 – Oscilações do vetor campo elétrico  $\vec{E}$  numa única direção vistas de frente.

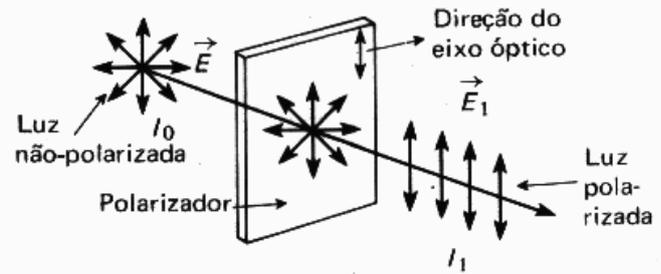


Figura 17.15 – Polarização da luz.

Seja um feixe verticalmente polarizado como o da Figura 17.15. Um segundo polarizador intercepta esse feixe, agora, com o eixo óptico fazendo um ângulo  $\theta$  com a vertical. O segundo polarizador é chamado *analisador*. Se a amplitude do feixe incidente for  $E_1$ , a do feixe emergente será  $E_1 \cos \theta$ , correspondente à projeção de  $E_1$  ao longo do eixo do analisador, como mostra a Figura 17.16, pois a outra projeção  $E_1 \sin \theta$ , perpendicular ao eixo do analisador será absorvida. Portanto, a intensidade da luz  $I_2$  transmitida através do analisador é proporcional a  $(E_1 \cos \theta)^2$ , ou seja,

$$I_2 \propto E_1^2 \cos^2 \theta$$

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta$$

(17.16)

onde  $I_1$  é a intensidade do feixe incidente no analisador.

Se  $\theta = 0^\circ$ , a luz incidente no analisador será totalmente transmitida. Se  $\theta = 90^\circ$ , nenhuma luz será transmitida, e se  $\theta = 45^\circ$ ,  $\cos^2 45^\circ = (\sqrt{2}/2)^2 = 0,5$ , isto é, 50% da luz será transmitida.

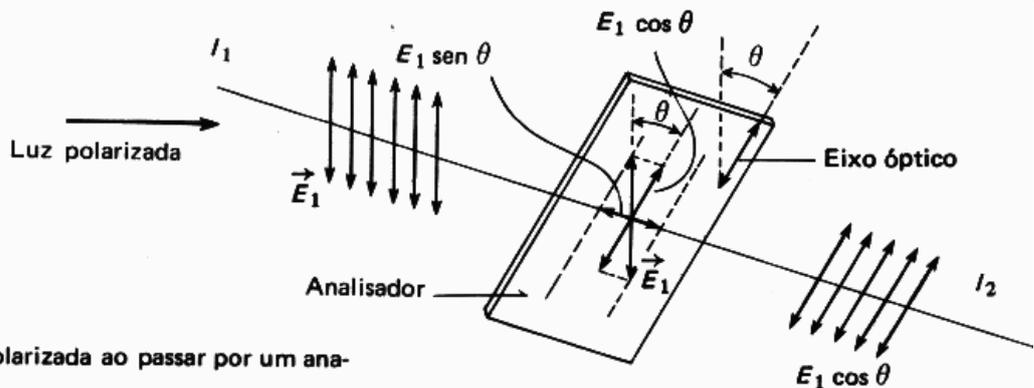


Figura 17.16 – Luz polarizada ao passar por um analisador.

Alguns exemplos do que ocorre com um polarizador e um analisador são mostrados na Figura 17.17.

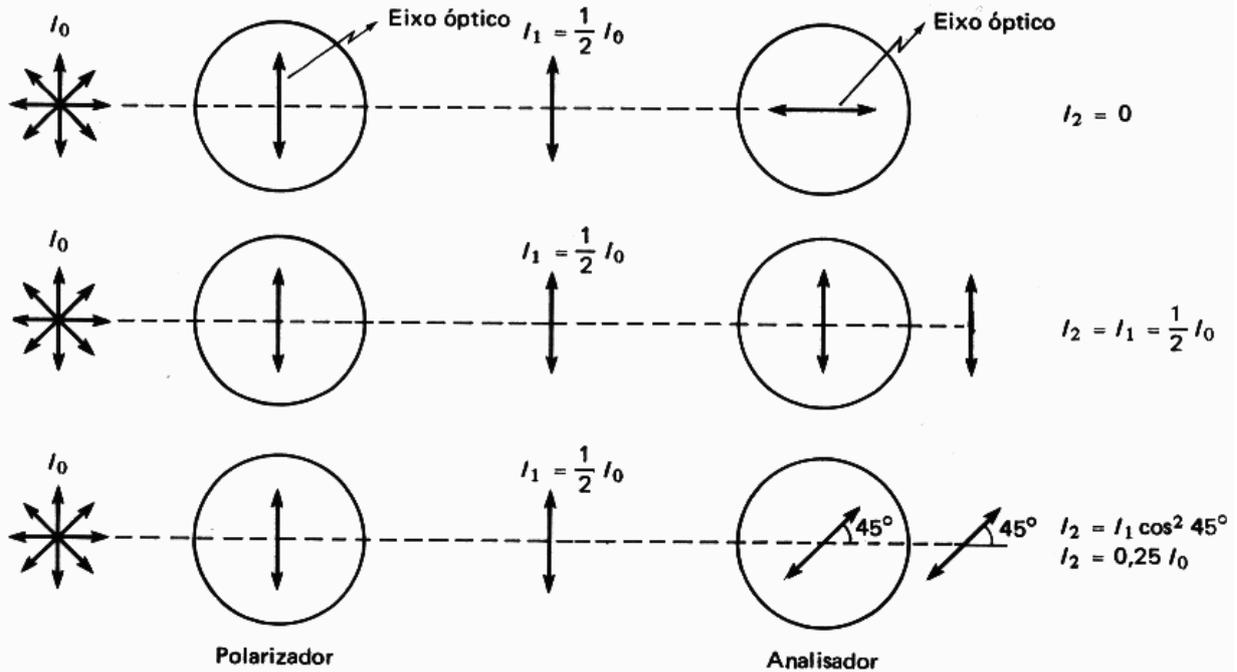


Figura 17.17 – Luz não-polarizada ao passar por um polarizador e um analisador.

#### 4 – Difração e interferência

Quando um feixe de luz passar por uma fenda estreita ou encontrar um objeto e depois incidir sobre um anteparo, a imagem nele formada apresentará franjas de interferência, isto é, haverá zonas claras e escuras no contorno da fenda ou do objeto. Este é o fenômeno da *difração*.

O comprimento de onda da luz incidente sobre a fenda de largura  $b$  é  $\lambda$ . Os raios que chegam aos pontos  $P_1$ ,  $P'_1$ ,  $P_2$  e  $P'_2$  da Figura 17.7 produzem interferência destrutiva devido a uma diferença no comprimento de trajetória de múltiplos ímpares de  $\lambda/2$ . Esses pontos são, portanto, pontos de intensidade nula e formam uma franja escura.

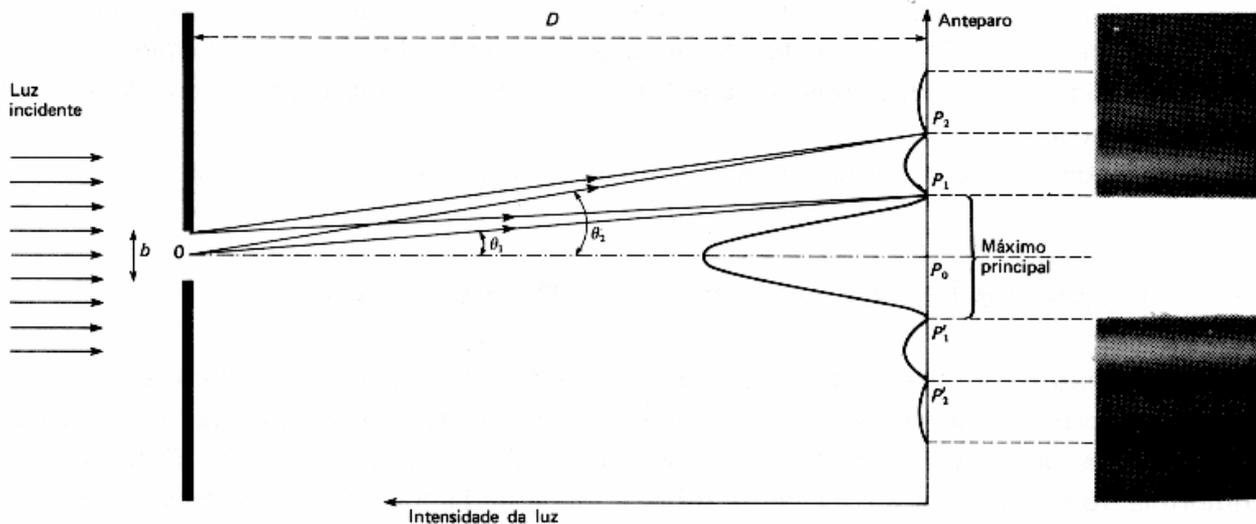
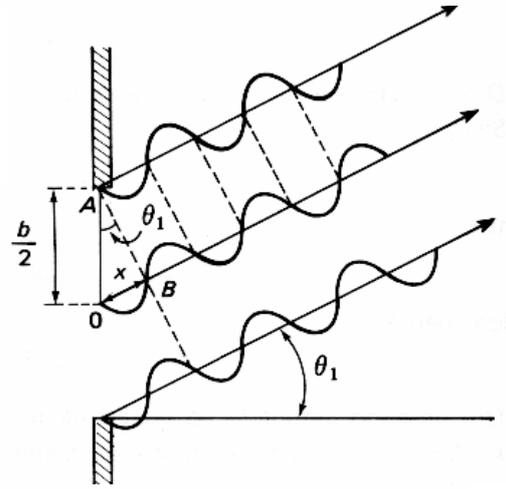


Figura 17.7 – Difração da luz por uma fenda horizontal longa.

Figura 17.8 – Desenho ampliado da região da fenda.



A distância  $\overline{P_0P_1}$  vale:

$$\overline{P_0P_1} = D \operatorname{tg} \theta_1$$

onde  $D$  é a distância da fenda ao anteparo.

Se  $\overline{P_0P_1} \ll D$ ,

$$\operatorname{tg} \theta_1 \cong \theta_1 \text{ (rad)} \cong \operatorname{sen} \theta_1$$

portanto,

$$\overline{P_0P_1} \cong D \operatorname{sen} \theta_1 \quad (17.7)$$

e analogamente

$$\overline{P_0P_2} \cong D \operatorname{sen} \theta_2 \quad (17.8)$$

Um desenho ampliado da região da fenda é mostrado na Figura 17.8.

A diferença no comprimento da trajetória  $x$  entre dois raios que atingem o ponto  $P_1$ , um partindo do centro da fenda e outro da extremidade  $A$  da fenda, é de  $\lambda/2$ . Um terceiro raio luminoso partindo logo abaixo do centro da fenda e um quarto logo abaixo da extremidade  $A$  também apresentam uma diferença no comprimento de trajetória de  $\lambda/2$ , e assim por diante. Esses raios, ao atingir o ponto  $P_1$ , se encontram defasados por uma distância  $x = \lambda/2$ , produzindo por isso uma interferência destrutiva.

Aplicando a lei dos senos ao triângulo  $OAB$ ,

$$\overline{OB} \equiv x = (b/2) \operatorname{sen} \theta_1 \quad (17.9)$$

Substituindo  $x = \lambda/2$  em (17.9), obtém-se

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{b}{2} \operatorname{sen} \theta_1$$

Isto é, para o ponto  $P_1$

$$\operatorname{sen} \theta_1 = \frac{\lambda}{b} \quad (17.10)$$

Para o ponto  $P_2$ , obter-se-á

$$\operatorname{sen} \theta_2 = 2 \frac{\lambda}{b} \quad (17.11)$$

De uma forma mais geral, os pontos de interferência destrutiva obedecem à seguinte equação:

$$\boxed{\operatorname{sen} \theta_n = n \frac{\lambda}{b}} \quad (17.12)$$

com  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4 \dots$ . O sinal positivo se refere aos pontos  $P_1, P_2, \dots$  no anteparo da Figura 17.7, enquanto que o sinal negativo aos pontos  $P'_1, P'_2, \dots$ .

Se  $b \gg \lambda$ ,  $\text{sen } \theta$  será pequeno, ou melhor,  $\theta$  será pequeno e a difração não será observável. Por outro lado, se  $b$  for da ordem de grandeza de  $\lambda$ ,  $\text{sen } \theta$  será grande, ou seja,  $\theta$  será grande e a difração observável.

Substituindo (17.10) em (17.7), obtém-se que

$$\overline{P_0P_1} \cong D \frac{\lambda}{b}$$

e (17.11) em (17.8)

$$\overline{P_0P_2} \cong D \times 2 \frac{\lambda}{b}$$

De onde se conclui que

$$\overline{P_0P_2} \cong 2 \overline{P_0P_1} \quad (17.13)$$

Isto é, a largura da zona clara central, chamada *máximo principal* é o dobro da largura dos outros máximos.

Para aberturas circulares, como no caso de muitos tipos de olhos, ou lentes de instrumentos ópticos, o primeiro mínimo da figura de difração ocorre para  $\theta$  dado por

$$\text{sen } \theta = 1,22 \frac{\lambda}{b} \quad (17.14)$$

sendo  $\lambda$  o comprimento de onda da luz incidente, e  $b$  o diâmetro da fenda circular. O fator numérico 1,22 é uma consequência da geometria.

O máximo principal central é chamado *disco de Airy* e está ilustrado na Figura 17.9.

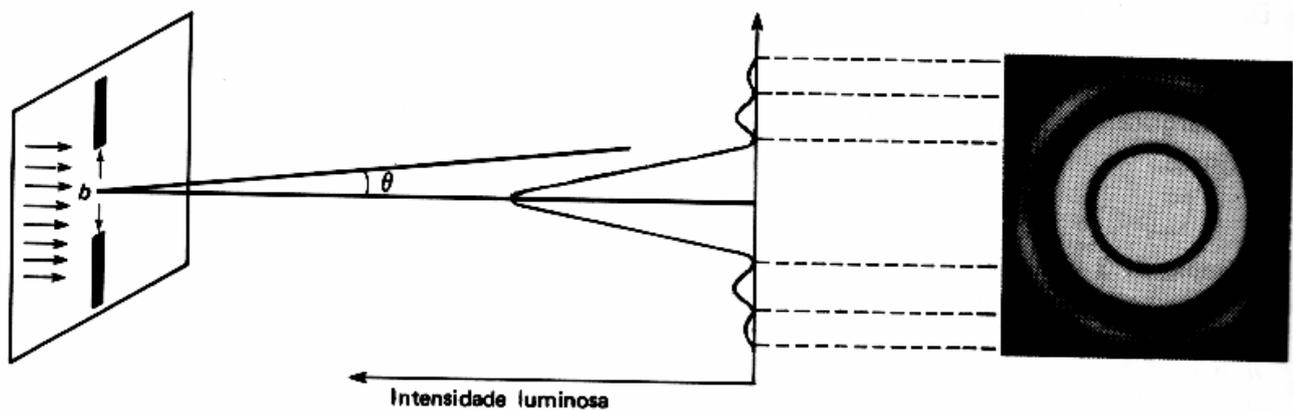


Figura 17.9 – Difração por uma fenda circular.

## 5 - Poder de resolução

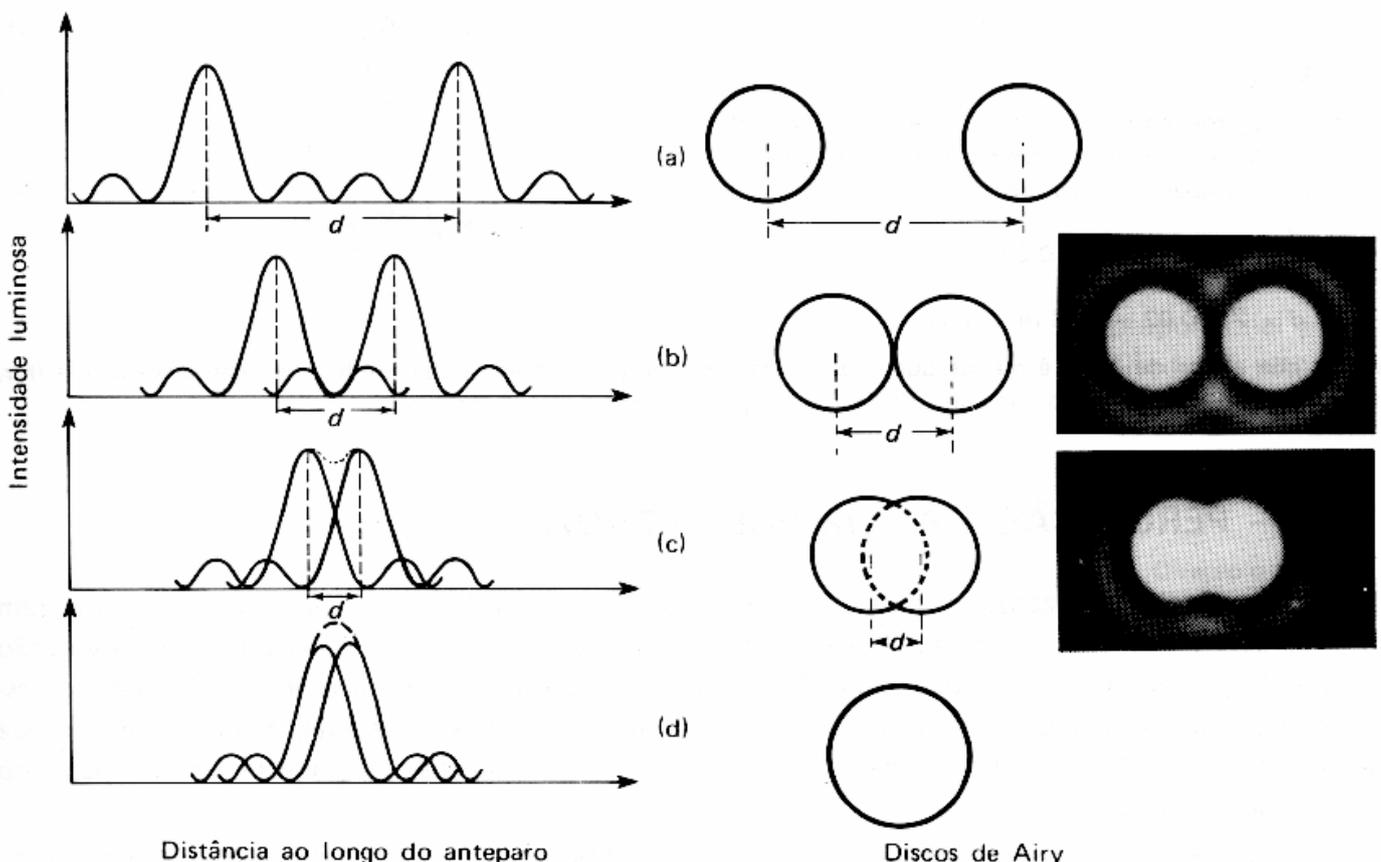
A capacidade de um sistema de lentes de mostrar objetos em detalhe é descrita por seu poder de resolução. Desde que uma lente se comporta como uma fenda circular, as imagens de dois pontos objetos separados por uma certa distância, formadas pela lente, são basicamente pequenas figuras de difração. Se a superposição entre as imagens for muito grande, um observador não poderá distingui-las.

A Figura 17.10 mostra a figura de difração produzida por uma fenda circular, iluminada por duas fontes puntiformes. No caso (a) os discos de Airy estão bem separados, isto é, completamente resolvidos; em (b) estão próximos; em (c) os discos individuais estão apenas resolvidos, segundo o *critério de resolução de Rayleigh* descrito a seguir, e em (d) os discos estão tão próximos que não podem ser resolvidos.

Lord Rayleigh propôs o critério para quantificar o *poder de resolução* de uma lente como a separação angular entre dois pontos objetos, tal que o máximo da figura de difração do 1º ponto coincida com o 1º mínimo da figura de difração do 2º ponto. É o caso (c) da Figura 17.10. Essa separação angular é justamente o  $\theta$  da Equação (17.14) e para uma fenda circular de diâmetro  $b$  e comprimento de onda  $\lambda$  da luz incidente vale

$$\theta = \text{arc sen} \left( 1,22 \frac{\lambda}{b} \right) \quad (17.15)$$

O poder de resolução de uma lente ou de um sistema de lentes é dado por  $\theta$ . Quanto menor o ângulo  $\theta$ , maior o poder de resolução. Para uma dada lente, isso pode ser obtido, conforme a Equação (17.15), aumentando-se a abertura  $b$  da fenda e/ou usando-se menores comprimentos de onda da luz.



**Figura 17.10** – Figura de difração por uma fenda circular de dois pontos objetos.

O critério de resolução, segundo Rayleigh, para o olho humano é ilustrado na Figura 17.11.

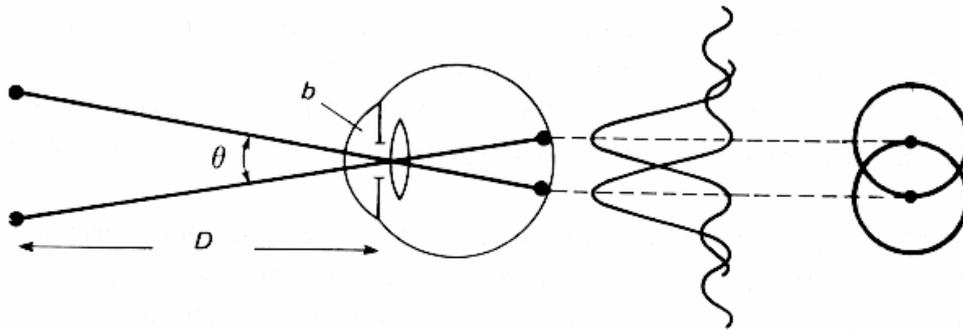


Figura 17.11 – Critério de resolução, segundo Rayleigh, para o olho humano.

**Exemplo 17.4** – O diâmetro da córnea de um omatídio da abelha doméstica é de cerca de  $30 \mu\text{m}$ . Calcule o poder de resolução de um desses omatídios, para  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$  (luz verde).

**Solução**

$$\theta = \text{arc sen} \left( 1,22 \times \frac{5 \times 10^{-7} \text{ m}}{30 \times 10^{-6} \text{ m}} \right)$$

$$\theta = \text{arc sen} 2,03 \times 10^{-2}$$

Portanto,  $\theta \text{ (rad)} \cong \text{sen } \theta = 0,02 \text{ rad} = 1,16^\circ$

**Exemplo 17.5** – Uma abelha doméstica, em vôo a 2 m acima do chão, pode enxergar uma flor de cerca de 1 cm no chão?

**Solução**

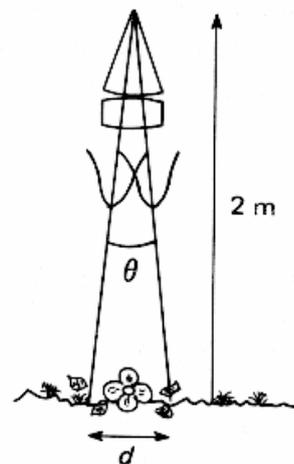
De acordo com o Exemplo 17.4,  $\theta = 0,02 \text{ rad}$

Sendo  $d$  a distância mínima entre dois pontos objetos apenas resolvidos,

$$\frac{d}{2} = \text{tg } \theta \cong \text{sen } \theta = 0,02$$

$$d = 2 \times 0,02 = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

Desde que a flor de 1 cm é menor que a distância mínima que a abelha pode resolver, ela não enxergará a flor, a 2 m dela, a menos que o tamanho da flor seja igual ou superior a 4 cm.



## 6 – Formação de imagem (espelhos e lentes delgadas)

### A) Espelhos Planos

Quando olhamos para um espelho nossos olhos interceptam a luz refletida (raios emanados do espelho). imaginemos uma fonte pontual a uma distância perpendicular  $p$  a frente ao espelho sendo refletida pelo espelho. Se prolongarmos os raios de luz refletidos para trás (atrás do espelho), verificamos que eles se interceptam no ponto situado a uma distância  $i$ , perpendicular ao espelho. A sensação que temos, devido ao ajuste natural do nosso sistema de visão, é que a luz se origina nesse ponto de intersecção “dentro” do espelho. O que vemos é uma imagem  $I$  do objeto  $O$  e como, na verdade, os raios não passam pelo ponto de intersecção, a imagem formada é chamada de **imagem virtual**. Em outras palavras dizemos que a imagem virtual é aquela formada pelo prolongamento dos raios luminosos e não pelos raios luminosos propriamente ditos.

$$i = -p \quad (\text{espelho plano}).$$

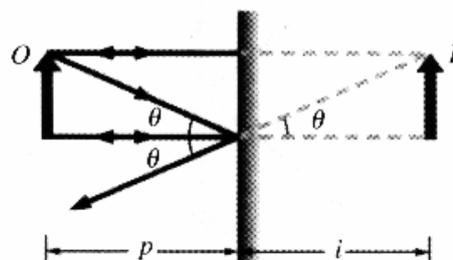
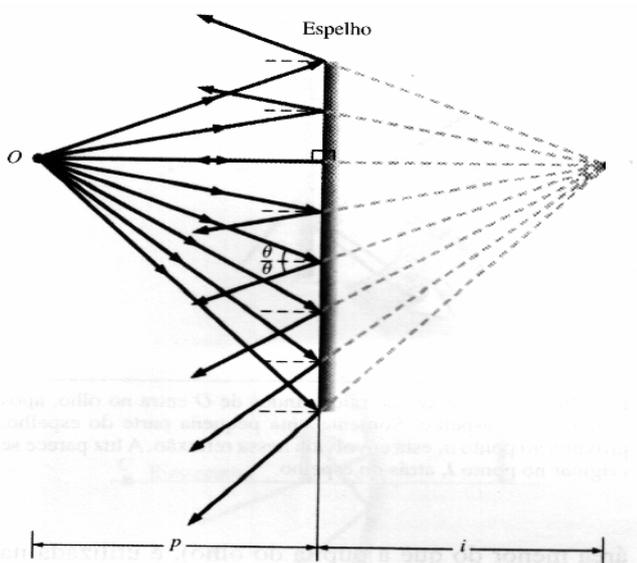
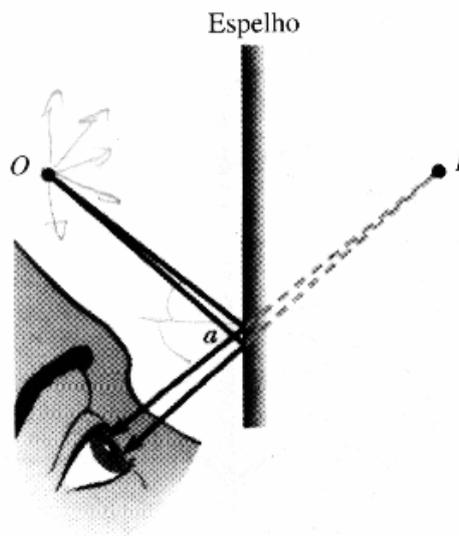


Fig. 39-13 Um objeto extenso  $O$ , em posição vertical, e sua imagem virtual  $I$ , num espelho plano.

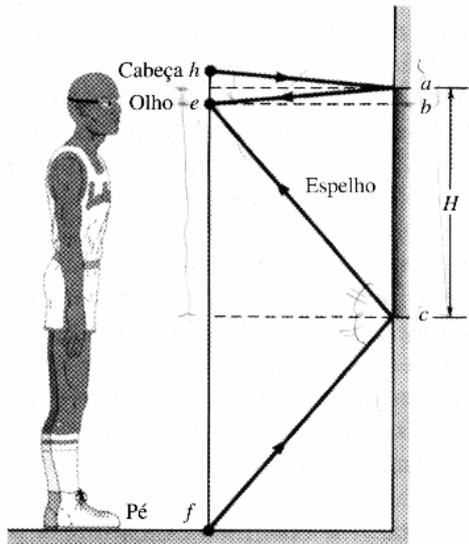
Fig. 39-10 Um objeto puntiforme  $O$  está a uma distância perpendicular  $p$  na frente de um espelho plano. Se os olhos de um observador interceptarem alguma luz refletida do espelho, ela parecerá originar-se de um objeto puntiforme  $I$ , situado a uma distância perpendicular  $i$ , atrás do espelho. O objeto  $I$  é uma imagem virtual do objeto  $O$ .

Fig. 39-12 Um “feixe” de raios vindos de  $O$  entra no olho, após refletir-se no espelho. Somente uma pequena parte do espelho, próxima ao ponto  $a$ , está envolvida nessa reflexão. A luz parece se originar no ponto  $I$ , atrás do espelho.



**EXEMPLO 39-4** Kareem Abdul-Jabbar tem 218 cm de altura. Que altura deve ter um espelho vertical, para que ele possa se ver, por inteiro, nele?

**Solução** Na Fig. 39-14, as alturas do alto da cabeça de Abdul-Jabbar ( $h$ ), de seus olhos ( $e$ ), e das solas de seus pés ( $f$ ) estão as-



**Fig. 39-14** Exemplo 39-4. Um “espelho de corpo inteiro” precisa ter somente a metade da altura de quem está se olhando nele.

sinaladas por pontos. (O ponto ( $h$ ) foi assinalado ligeiramente mais alto, para maior clareza.) A figura mostra o caminho dos raios que partem de sua cabeça e de seus pés, e penetram em seus olhos, refletindo do espelho nos pontos  $a$  e  $c$ , respectivamente. O espelho precisa ocupar apenas a distância vertical  $H$ , entre esses pontos.

Da geometria, temos

$$ab = \frac{1}{2}he \quad \text{e} \quad bc = \frac{1}{2}ef.$$

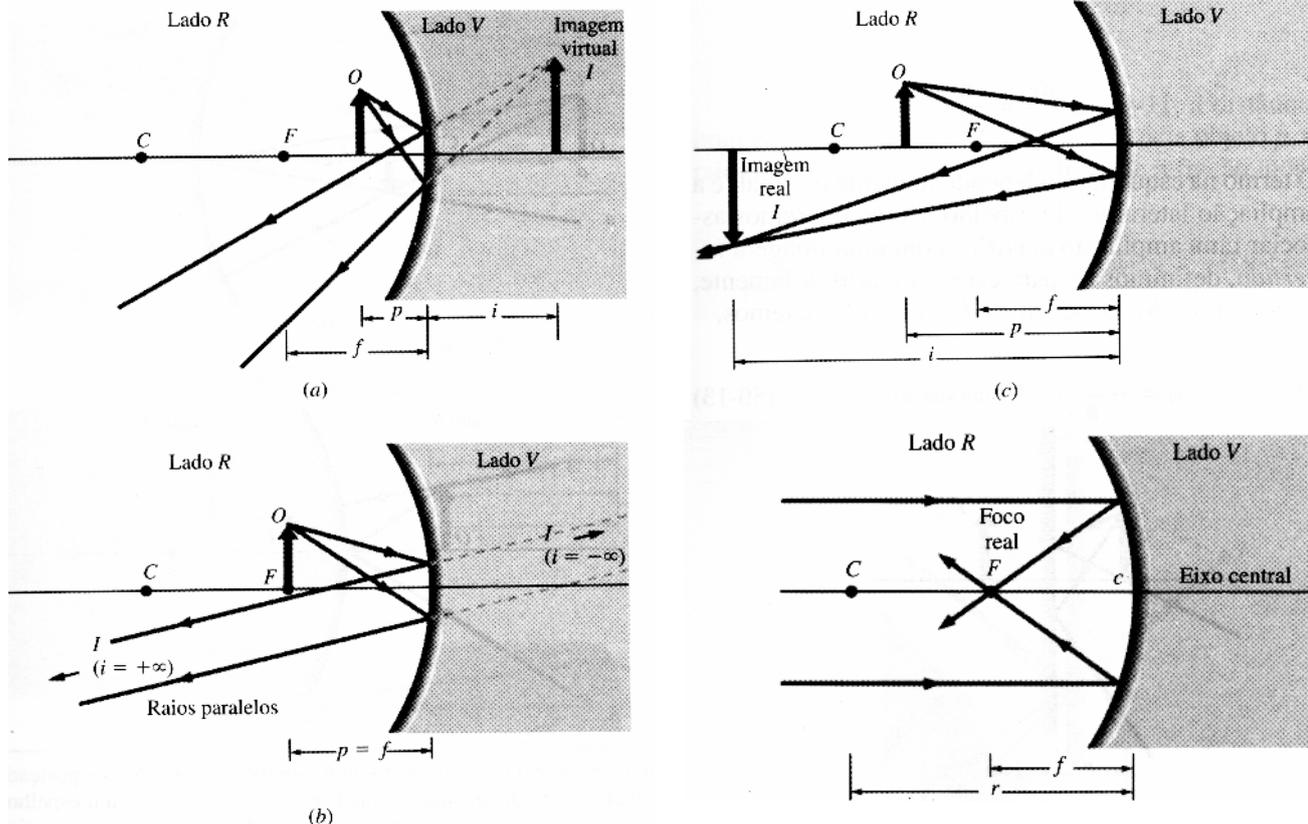
Logo, a altura necessária é

$$H = ab + bc = \frac{1}{2}(he + ef) \\ = \left(\frac{1}{2}\right)(218 \text{ cm}) = 109 \text{ cm.} \quad (\text{Resposta})$$

Então, o espelho não precisa ter mais que a metade de sua altura. E este resultado independe da distância dele ao espelho. (Se você possui um espelho com a sua altura, experimente cobrir com um jornal as partes que não contribuem para a formação da imagem. Você descobrirá que ficou disponível, apenas, metade da sua altura. Espelhos que ultrapassam o ponto  $c$  permitem, apenas, que você veja a imagem do chão.)

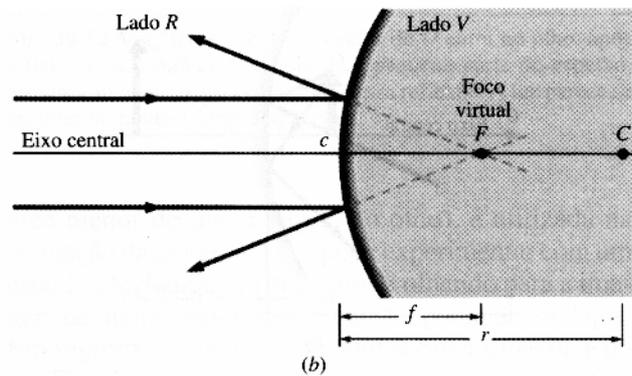
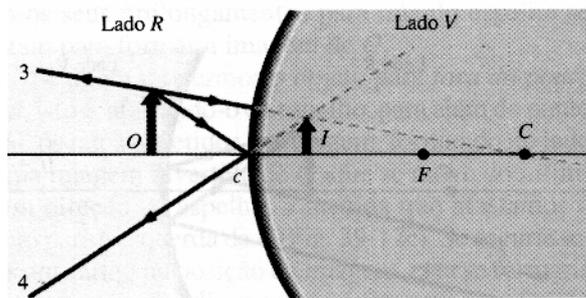
## B) Espelhos Esféricos

### Espelhos côncavos



**Fig. 39-17** (a) Um objeto  $O$ , na margem interna ao ponto focal de um espelho côncavo, e sua imagem virtual  $I$ . (b) O objeto no ponto focal  $F$ . (c) O objeto além do ponto focal, e sua imagem real  $I$ .

## Espelhos convexos



## Equações dos espelhos

$$|m| = \frac{h'}{h} \quad (\text{ampliação lateral}).$$

$$m = -\frac{i}{p} \quad (\text{ampliação lateral}).$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (\text{espelho esférico}).$$

$$f = \frac{1}{2}r \quad (\text{espelho esférico}).$$

**EXEMPLO 39-5** Um espelho convexo tem um raio de curvatura de 22 cm.

a. Se um objeto for colocado a 14 cm do espelho, onde estará sua imagem?

**Solução** A Fig. 39-15c mostra que o centro de curvatura desse espelho está no lado V. De acordo com a regra de sinais, o raio de curvatura  $r$  é negativo. Então, da Eq. 39-10,

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{2}{r},$$

temos

$$\frac{1}{+14 \text{ cm}} + \frac{1}{i} = \frac{2}{-22 \text{ cm}},$$

que dá

$$i = -6.2 \text{ cm}. \quad (\text{Resposta})$$

De modo que a imagem está 6,2 cm atrás do espelho e, portanto, é virtual.

b. Qual é a ampliação lateral, neste caso?

**Solução** Da Eq. 39-12, temos

$$m = -\frac{i}{p} = -\frac{-6.2 \text{ cm}}{+14 \text{ cm}} = +0.44. \quad (\text{Resposta})$$

Como  $|m| < 1$ , a imagem deve ser menor do que o objeto. E, como  $m$  é positivo, a imagem deve ter a mesma orientação do objeto, isto é, ser direita.

## Como traçar os raios em espelhos esféricos

- i) Um raio paralelo ao eixo central se reflete passando pelo ponto focal
- ii) Um raio que passa pelo ponto focal se reflete paralelo ao eixo central
- iii) Um raio que passa pelo centro de curvatura C se reflete retornando pelo mesmo caminho
- iv) Um raio que tem seu ponto de reflexão na interseção do espelho com o eixo central, centro do espelho, se reflete simetricamente, em relação ao eixo central

**Obs.** A imagem de um ponto esta na intercessão de dois ou mais raios especiais escolhidos.

## C) Lentes delgadas

As lentes fazem parte de todos os instrumentos ópticos (o projetor de diapositivos, a câmara fotográfica, a lupa, o microscópio óptico, os óculos e até o próprio olho). Com exceção do cristalino, que é um corpo lenticular transparente biconvexo, e constitui parte do mecanismo de refração do olho, as lentes, de um modo geral, são feitas de vidro, plástico ou quartzo – meios nos quais ocorre a refração.

As lentes podem ser convergentes (positivas) ou divergentes (negativas). As lentes *convergentes* são mais espessas no centro do que nas bordas e o contrário ocorre nas lentes *divergentes*, como mostra a Figura 18.3.



Figura 18.3 – Seção transversal de alguns tipos comuns de lentes delgadas.

O *eixo óptico* é definido pela reta que passa pelo *centro geométrico*  $O$  da lente e é perpendicular a suas superfícies nos pontos de intersecção.

O *ponto focal primário*  $F$  ou simplesmente foco  $F$  é um ponto situado sobre o eixo óptico e possui a propriedade de que qualquer raio luminoso que se origina dele – lente convergente – ou se dirige para ele – lente divergente – após a refração, torna-se paralelo ao eixo óptico (Figura 18.4). A distância do foco  $F$  à lente é chamada *distância focal*  $f$ .

Quando a espessura da lente é pequena comparada com as distâncias a ela associadas, a lente é considerada *delgada*. Tais distâncias são por exemplo, os raios de curvatura e a distância focal da lente e as distâncias do objeto e da imagem à lente.

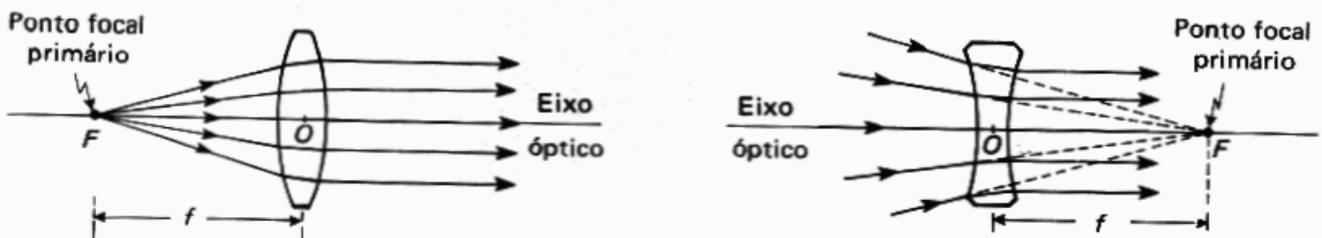


Figura 18.4 – Ponto focal primário  $F$ , eixo óptico e distância focal das lentes convergente e divergente.

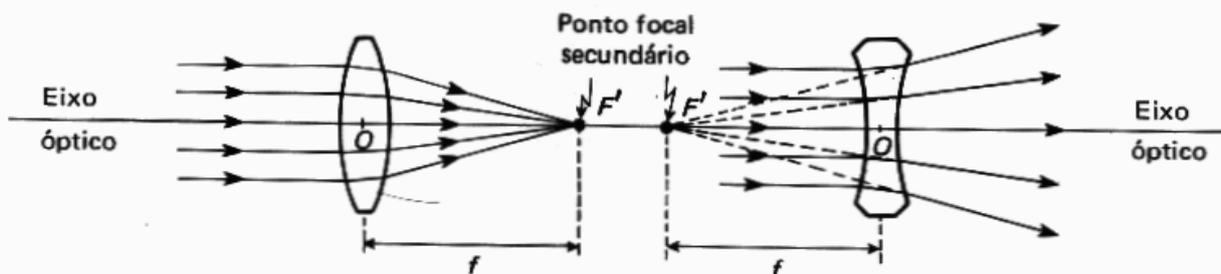
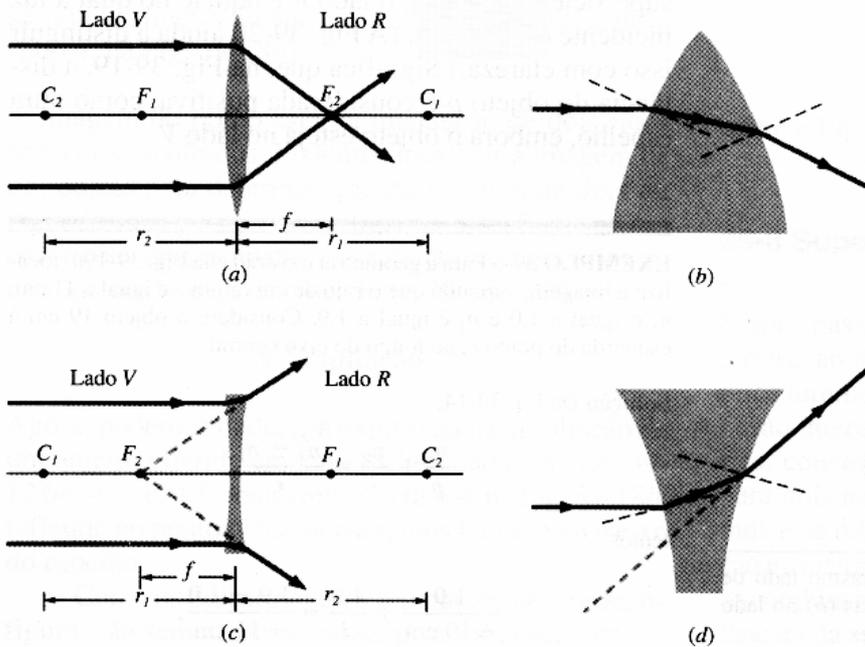


Figura 18.5 – Ponto focal secundário  $F'$ , eixo óptico e distância focal das lentes convergente e divergente.



**Fig. 39-21** (a) Raios, inicialmente paralelos ao eixo central de uma lente convergente, convergem para um foco real  $F_2$ . (b) Um alargamento da lente de (a), mostrando a dupla refração do raio. (c) Os mesmos raios, inicialmente paralelos, divergem ao passar por uma lente divergente. Os prolongamentos dos raios divergentes passam pelo foco virtual  $F_2$ . (d) Um alargamento da lente de (c).

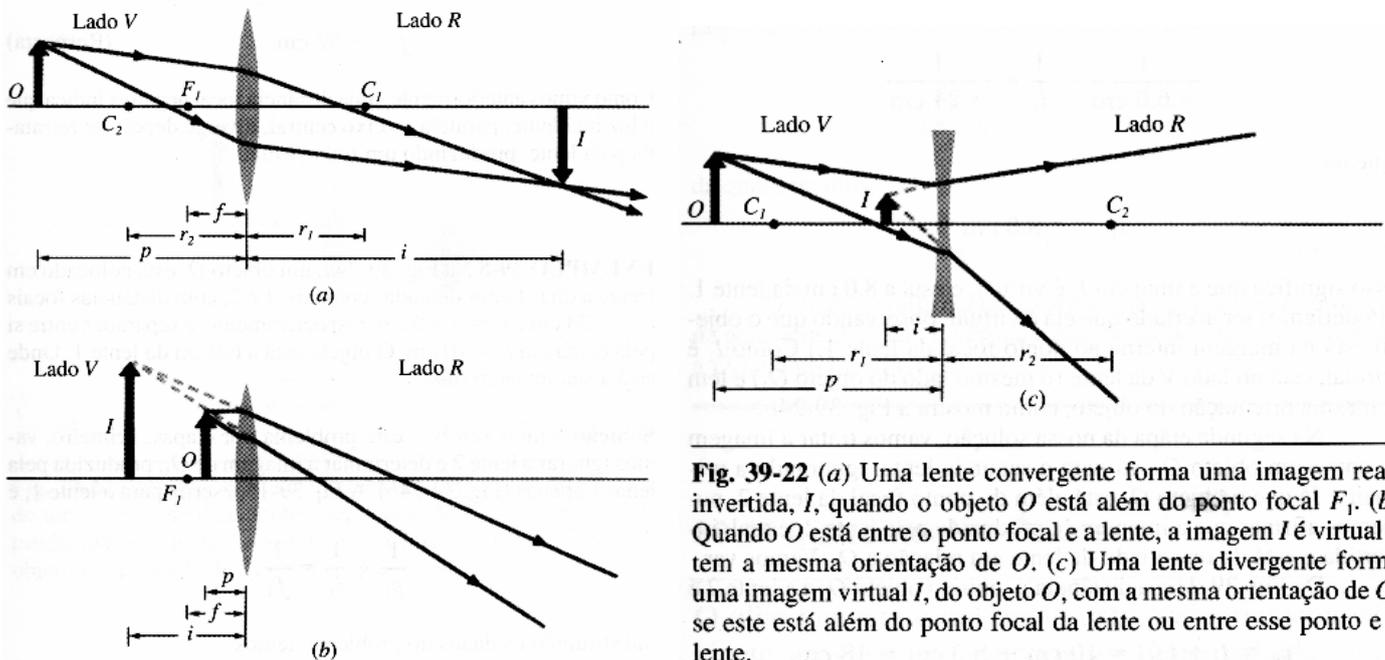
## Equações das lentes

*equação dos fabricantes de lentes*

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (\text{lente delgada}).$$

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{lente delgada}).$$

$n$  é o índice de refração da lente.



**Fig. 39-22** (a) Uma lente convergente forma uma imagem real, invertida,  $I$ , quando o objeto  $O$  está além do ponto focal  $F_1$ . (b) Quando  $O$  está entre o ponto focal e a lente, a imagem  $I$  é virtual e tem a mesma orientação de  $O$ . (c) Uma lente divergente forma uma imagem virtual  $I$ , do objeto  $O$ , com a mesma orientação de  $O$ , se este está além do ponto focal da lente ou entre esse ponto e a lente.

### Como traçar os raios em lentes delgadas

- i) Um raio paralelo ao eixo central da lente passará pelo ponto focal  $F_2$ .
- ii) Um raio que passa pelo ponto focal  $F_1$  sairá da lente paralelo ao eixo central.
- iii) Um raio que incide diretamente no centro da lente passa através dela sem ser desviado.

**Obs.** A imagem de um ponto esta na intercessão de dois ou mais raios especiais escolhidos.

## 7 – Instrumentos óticos

Veremos nessa seção alguns exemplos de instrumentos óticos utilizados em biologia.

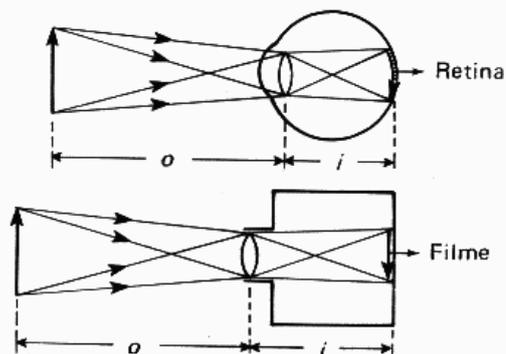
### A) Câmara fotográfica

As câmaras fotográficas e os olhos operam, geralmente, na região de distância objeto  $o$  grande e distância imagem  $i$  pequena, praticamente fixada pela geometria da câmara e do olho. Veja a ilustração da Figura 18.13.

As lentes das câmaras mais simples têm distância focal fixa tal que  $f = i$ . Isto significa que somente objetos com  $o$  muito grande estão sempre focalizados.

As lentes das câmaras mais sofisticadas são móveis, e a focalização da imagem no filme é feita variando-se a distância  $i$ . É exatamente dessa forma que os peixes acomodam seus olhos deslocando o cristalino para frente ou para trás. No caso do olho humano, a acomodação é feita variando-se a forma do cristalino.

Figura 18.13 – Comparação entre o olho e a máquina fotográfica.



### B) Lupa (ou lente de aumento)

Pode-se obter uma imagem direta, ampliada e virtual, colocando-se o objeto entre o ponto focal  $F$  e a lente convergente que nessas condições funciona como uma lente de aumento. A Figura 18.10 mostra a formação de uma imagem por uma lente de aumento.

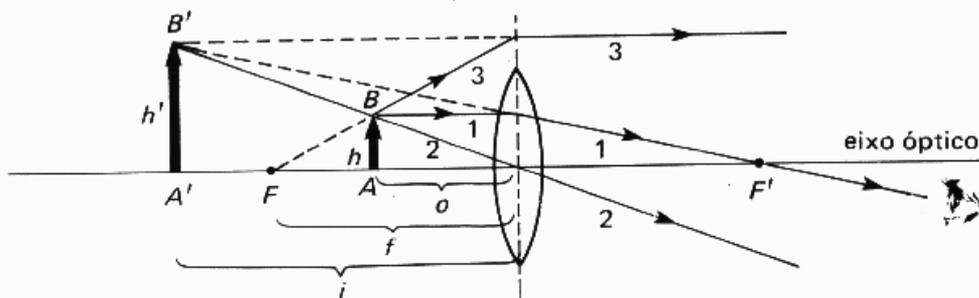


Figura 18.10 – Formação de imagem virtual por uma lente de aumento.

**Exemplo 18.2** – Se um objeto for colocado a 7,2 cm de uma lente de aumento de distância focal de 10 cm, onde será formada sua imagem? Discuta a natureza da imagem.

**Solução**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{i} + \frac{1}{o}$$

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{10} - \frac{1}{7,2} = \frac{7,2 - 10}{72} = \frac{-2,8}{72}$$

$$i = -26 \text{ cm}$$

O sinal (-) indica que a imagem é virtual e sendo

$$A = -\frac{i}{o} = -\frac{-26}{7,2} = +3,6$$

a imagem é direta e ampliada.

## B) Microscópio Ótico

Um microscópio óptico composto, esquematizado na Figura 18.14, consiste basicamente de duas lentes convergentes. A lente que fica mais próxima do objeto chama-se *objetiva* e forma uma imagem real do objeto. A que fica mais próxima do olho é a *ocular* e funciona como uma lente de aumento para observar a imagem formada pela objetiva. O objeto (1) é colocado a uma distância um pouco maior que a distância focal  $f_{ob}$  da objetiva. Portanto, sua imagem (1) é real, invertida e aumentada. Essa imagem funcionará como objeto (2) para a ocular e deverá estar a uma distância menor que a distância focal  $f_{oc}$  da ocular. Formar-se-á, então, uma imagem (2) virtual, direta e ampliada do objeto (2). Finalmente essa imagem (2) será o objeto (3) para o olho, sendo a imagem (3) formada na retina.

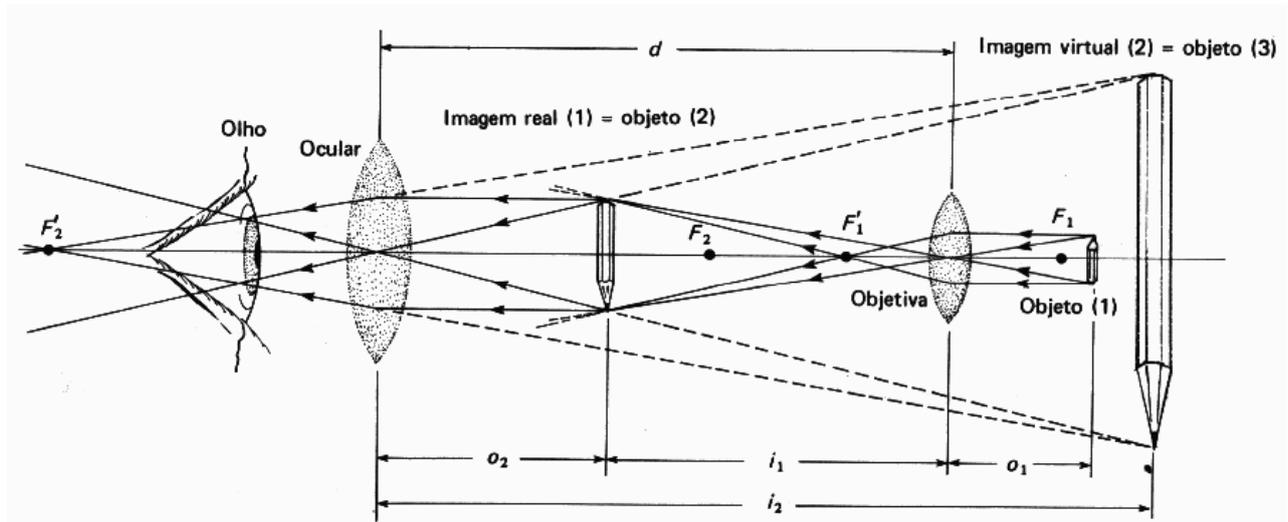


Figura 18.14 – Esquema indicando o princípio de funcionamento do microscópio óptico.

O aumento total  $M$  de um microscópio composto é dado pelo produto do aumento linear transversal  $A$  da objetiva pelo aumento angular  $\theta$  da ocular, ou seja,

$$M = A \cdot \theta \quad (18.8)$$

Substituindo-se  $A$  e  $\theta$  respectivamente pelas Equações (18.4b) e (18.7), obtém-se

$$M = - \frac{i_1}{o_1} \left( \frac{25}{f_{oc}} + 1 \right)$$

Em geral,  $i_1$  é aproximadamente igual ao tubo do microscópio, estabelecido convenientemente em 16 cm e  $o_1$  é praticamente igual à distância focal  $f_{ob}$  da objetiva. Dessa forma,

$$M = - \frac{16}{f_{ob}} \left( \frac{25}{f_{oc}} + 1 \right)$$

O sinal (-) indica que a imagem final é invertida em relação ao objeto inicial.

## Exercícios propostos

---

1)

Anton van Leeuwenhoek (1632-1723) descobriu a bactéria e o protozoário usando uma simples lente de aumento, com distância focal de 0,125 cm. De quanto era o aumento angular dessa lente?

2)

Uma câmara fotográfica com uma lente de distância focal de 5 cm é usada para fotografar uma árvore de 1,68 m de altura.

- A que distância da árvore deve ser posicionada a lente da câmara para que o tamanho da imagem no filme seja de 2 cm?
- Calcule a distância entre a lente e o filme.

3)

Em qual comprimento de onda esta o máximo de emissão (eletromagnética) de um corpo aquecido a 100, 20 e 0 ° C.

4)

Transforme os valores abaixo:

- 130  $\mu\text{m}$  para frequência e também em energia (em eV e em J).
- 1.2 GHz para comprimento de onda e também em energia.
- 1.5 eV para frequência (em GHz) e comprimento de onda.

DADOS: Usar a relação  $\Delta E = h \cdot \nu = hc/\lambda$  para todas essas conversões.  $h$  é a constante de Planck =  $6.626068 \times 10^{-34}$  J/s ;  $c$  é a velocidade da luz no vácuo =  $3 \times 10^8$  m/s; 1 elétron volt =  $1.60217646 \times 10^{-19}$  J

5)

O diâmetro da pupila de uma águia mede 4 mm. A 1 km do chão, essa águia em vôo consegue enxergar um rato de 4 cm de comprimento? Considere  $\lambda = 5\,500 \text{ \AA}$ .

6)

Qual é a distância mínima entre 2 pontos que apenas podem ser resolvidos pelo olho humano, a 25 cm do olho, se seu poder de resolução vale  $1,3 \times 10^{-4}$  rad?

7)

**Exercício Proposto** – Considere uma câmara fotográfica com lente móvel, em que a distância mínima de focalização é 80 cm. Se a lente for de 50 mm, isto é, se sua distância focal for 50 mm, de quanto se deve deslocar a lente para focalizar no filme objetos que estão no infinito e a 80 cm?

8)

Os eixos ópticos de um polarizador e de um analisador são orientados em ângulo reto entre si. Um segundo polarizador é colocado entre eles com seu eixo a 30° com o eixo do primeiro.

- Se uma luz não-polarizada de intensidade  $I_0$  incidir sobre esse sistema, qual será a intensidade da luz transmitida após cada lâmina polaróide? Indique a direção de polarização da luz após cada uma.
- Qual a intensidade da luz transmitida quando se remove a lâmina intermediária?

## Referências

- Duran J. E. R., 2003, “Biofísica – Fundamentos e Aplicações”, Ed. Pearson.
- Okuno E., Caldas I.L. e Chow C., 1986, Física para ciências biológicas e biomedicas, Ed. Harba
- Halliday D, Resnick R. e Walker J., Fundamentos de Física, Volume 4. Livros Técnicos e Científicos Editora SA - LTC, 8ª Ed., 2009.
- Heneine I. F., 2000, “Biofísica Básica”, Ed. Atheneu.

Lei de Snell (animação) <http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/ondas/snell/snell.htm>