

## PARTE A – Capítulo 3

### Ondas, som e introdução a bioacústica.

**Objetivos:** Nesta aula iremos rever os conceitos sobre as ondas mecânicas em particular sobre ondas sonoras. Faremos um breve discurso sobre a propagação de ondas, intensidade sonora e ressonância e ultra-som.

#### 1 – Ondas

Ondas são um tipo de perturbação ou distúrbio transmitido através do vácuo ou de um meio material (sólido, líquido ou gasoso) que carregam alguma forma de energia.

Existe uma variedade muito grande de ondas, por exemplo, ondas do mar, ondas numa corda, numa mola, ondas sonoras, ondas eletromagnéticas. Essas ondas podem diferir em muitos aspectos, mas todas têm uma mesma característica: **transportam energia de um ponto a outro**. Cada tipo de onda pode ser caracterizado pela oscilação e uma ou mais variáveis físicas que se propagam através do espaço.

Um tipo especial de ondas são as eletromagnéticas. Nelas, as variáveis físicas que oscilam são os vetores campo elétrico e campo magnético. Os olhos são receptores especiais que detectam as ondas eletromagnéticas com comprimentos de ondas entre 4000 e 7000 Å. Veremos mais detalhes sobre as ondas eletromagnéticas nas aulas futuras.

Nas ondas sonoras a variável física que sofre oscilação é a pressão (ou densidade do meio). Os ouvidos constituem receptores especiais de ondas sonoras com frequências de 20 a 20000 Hz.

#### Tipos de ondas

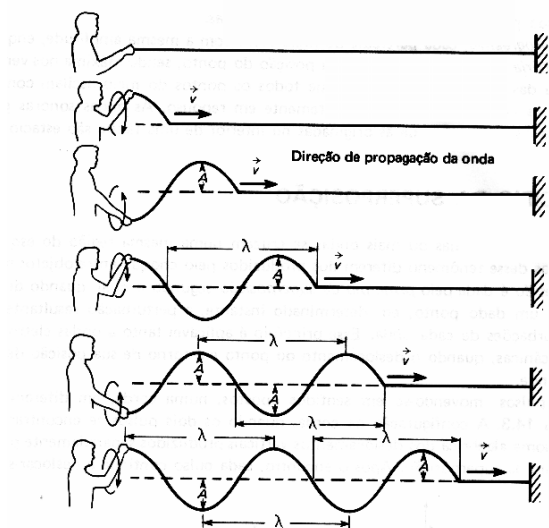
As ondas podem ser do tipo mecânicas (se propagam apenas em um meio material) e **não-mecânicas** (não necessitam de um meio material para se propagar).

As ondas sonoras, ondas numa corda, ondas na água são exemplos de ondas mecânicas que se propagam em meios deformáveis ou elásticos. Durante a propagação de ondas mecânicas, as partículas que constituem o meio vibram somente ao redor de suas posições de equilíbrio, sem no entanto se deslocar como um todo juntamente com a onda. Ondas eletromagnéticas, como ondas de rádio ou a luz visível, são ondas do tipo não-mecânica pois podem se propagar até mesmo no vácuo. Em geral chamamos o comprimento da onda pela letra grega lambda ( $\lambda$ ). O comprimento de onda é a distância entre dois máximos (crista) ou dois mínimos (vale) da onda, ou ainda, a distância mínima em que a forma da onda se repete.

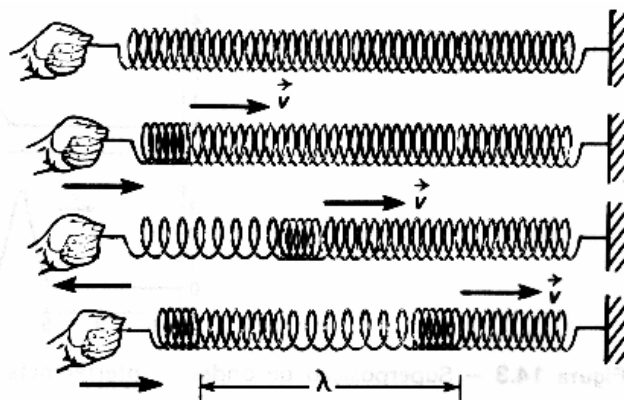
Analisando a relação entre a direção da perturbação e a da propagação, as ondas ainda podem ser divididas em **transversais** (perturbação é perpendicular a direção de propagação da onda) e **longitudinais** (direção da perturbação é a mesma da propagação da onda). As ondas sonoras são do tipo longitudinais e as eletromagnéticas são do tipo transversais.

Dependendo da duração da perturbação provocada no meio, pode-se produzir um pulso ou onda única, ou trem (ou pacote) de ondas e uma sucessão contínua de ondas.

As ondas ainda podem ser **progressivas** (cada partícula do meio vibra com a mesma amplitude) ou **estacionárias** (todos os pontos do meio oscilam com a mesma frequência mas a amplitude é uma função da posição do ponto.). As ondas sonoras produzidas na fala são do tipo progressivas enquanto as originadas no interior de uma flauta são estacionárias.



- Onda transversal numa corda.



Onda longitudinal numa mola.

Fig. Exemplos de ondas transversais (esq) e longitudinais (dir).

## Princípio da superposição

O que ocorre quando duas ou mais ondas se cruzam numa mesma região do espaço? A resposta para essa questão é dada pelo princípio da superposição segundo o qual a perturbação resultante devido ao cruzamento das ondas é a soma algébrica das perturbações de cada onda individual. Esse princípio é válido pra todos os tipos de ondas.

O efeito combinado de duas ou mais ondas num dado ponto do espaço é chamado, de forma geral, de **interferência**. Esse é um fenômeno característico e exclusivo do movimento ondulatório. A interferência pode ser **construtiva** (soma-se as amplitudes individuais) ou **destrutiva** (subtrai-se as amplitudes individuais).

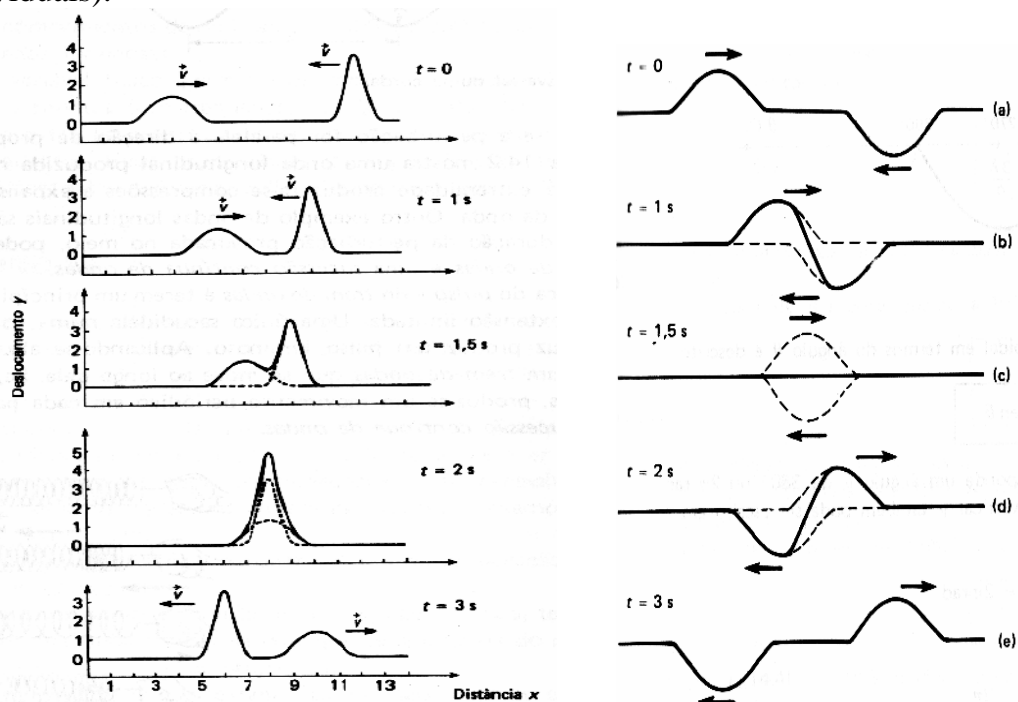
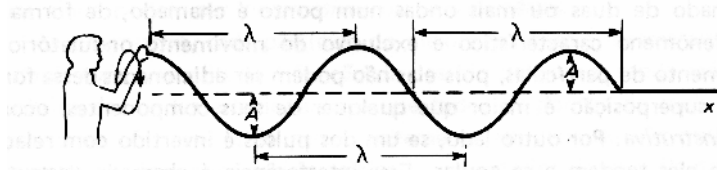


Fig. Ilustração de uma interferência construtiva (esq.) e destrutiva (dir.).

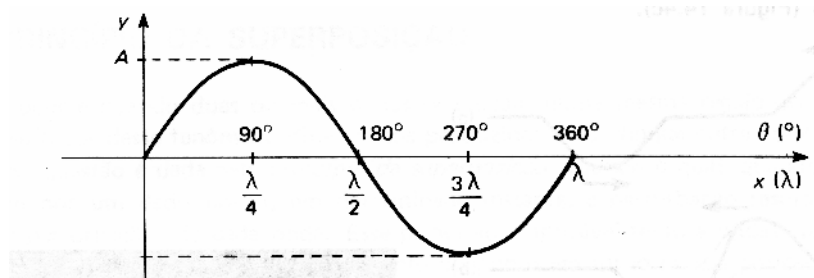
## Onda harmônica simples

Uma onda harmônica simples pode ser produzida, por exemplo, numa corda longa movendo-se uma de suas extremidades para cima e para baixo, com igual deslocamento vertical. Após algumas oscilações da corda, sua configuração se tornará periódica como ilustra a figura abaixo



Onda harmônica simples.

Considere, num instante  $t=0$ , um comprimento de onda  $\lambda$  de uma onda senoidal de amplitude  $A$  como mostra a figura abaixo.



Comprimento de onda de uma onda senoidal.

O deslocamento vertical  $y$  de uma onda senoidal em termos do ângulo  $\theta$  é descrito por

$$y = A \text{ sen } \theta$$

(14.1)

Como a um comprimento de onda  $\lambda$  corresponde um ângulo  $\theta$  de  $360^\circ$  ou  $2\pi$  radianos, conforme mostra a Figura 14.6, o deslocamento vertical  $y$  também pode ser escrito em função da distância  $x$ . Assim,

$$\frac{\lambda}{x} = \frac{360^\circ}{\theta} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\theta}$$

Portanto,

$$\theta = \frac{360^\circ}{\lambda} x = \frac{2\pi}{\lambda} x$$

Então, substituindo-se o ângulo  $\theta$  na Fórmula (14.1),

$$y = A \text{ sen } \left( \frac{360^\circ}{\lambda} x \right) = A \text{ sen } \left( \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

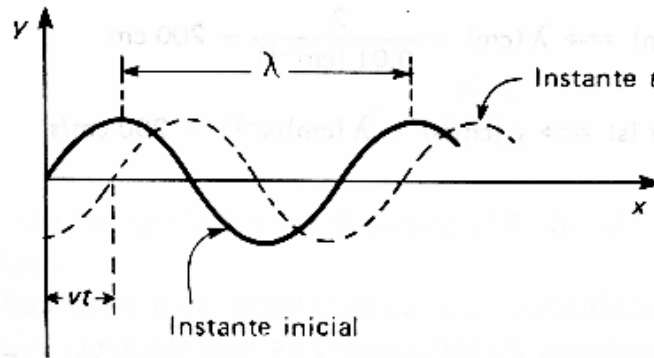
(14.2)

Na equação dada, a perturbação é nula, isto é,  $y = 0$ , no ponto  $x = 0$ . Esse será o caso sempre considerado no texto, o que naturalmente não implica perda de generalidade.

**Exemplo** – Uma onda senoidal tem amplitude  $A = 1$  cm e comprimento de onda  $\lambda = 30$  cm. Qual é seu deslocamento vertical em  $x = 15$  cm?

**Solução**

$$y = (1 \text{ cm}) \sin \left( \frac{15 \text{ cm}}{30 \text{ cm}} 360^\circ \right) = 1 \text{ (cm)} \sin 180^\circ = (1 \text{ cm})(0) = 0 \text{ cm}$$



Onda senoidal nos instantes inicial e  $t$ .

Se, com o decorrer do tempo, essa onda se propagar para a direita com velocidade  $v$ , após um tempo  $t$ , a onda terá percorrido uma distância  $vt$ , conforme a Figura 1 acima. Portanto, a equação da onda no instante  $t$  será

$$y = A \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right] \quad (14.3)$$

O período  $T$  de uma onda corresponde ao tempo necessário para que a onda percorra uma distância igual a um comprimento de onda  $\lambda$ , e é dado por

$$T = \frac{\lambda}{v} \quad (14.4)$$

O período  $T$  de uma onda senoidal é também o tempo necessário para um ponto do meio completar um ciclo.

A *freqüência* de uma onda senoidal é definida como

$$f = \frac{1}{T} \quad (14.5)$$

e é igual ao número de comprimentos de onda que passam num ponto por unidade de tempo. Sua unidade é  $s^{-1}$ , chamada hertz (Hz). A freqüência é também o número de oscilações ou ciclos gerados por unidade de tempo.

Substituindo (14.5) em (14.4) obtém-se que

$$v = \lambda f \quad (14.6)$$

e substituindo (14.4) em (14.3) obtém-se a nova equação da onda:

$$y = A \operatorname{sen} \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right] \quad (14.7)$$

Define-se *número de onda*  $k$  como o número de comprimento de onda  $\lambda$  na distância  $2\pi$ , ou seja

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (14.8)$$

O número de período  $T$  contido na distância  $2\pi$  é chamado *freqüência angular*  $\omega$  que está relacionada com a freqüência  $f$  por

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (14.9)$$

A equação de uma onda senoidal que progride para a direita, numa outra forma é obtida substituindo-se (14.8) e (14.9) em (14.7)

$$y = A \operatorname{sen} (kx - \omega t) \quad (14.10a)$$

e a de uma onda que progride para a esquerda é

$$y = A \operatorname{sen} (kx + \omega t) \quad (14.10b)$$

As discussões e fórmulas desenvolvidas neste capítulo, embora tenham sido feitas para o caso de uma onda harmônica simples transversal também são válidas para as ondas harmônicas simples longitudinais.

**Exemplo** – A equação de uma onda transversal progressiva numa corda é:  $y = 20 \sin [\pi (0,01x - 2,00t)]$  na qual  $x$  e  $y$  são medidos em centímetros e  $t$  em segundos. Determine a amplitude, o comprimento de onda, a velocidade e a frequência da onda.

**Solução**

Comparando a equação dada com a

$$y = A \sin \left[ \frac{2\pi}{\lambda} (x - vt) \right]$$

conclui-se imediatamente que a amplitude  $A = 20$  cm e

$$\frac{2\pi x \text{ (cm)}}{\lambda \text{ (cm)}} = \pi 0,01 \text{ (cm}^{-1}\text{)} x \text{ (cm)} \implies \lambda \text{ (cm)} = \frac{2}{0,01 \text{ (cm}^{-1}\text{)}} = 200 \text{ cm}$$

$$\frac{2\pi v \text{ (cm/s)} t \text{ (s)}}{\lambda \text{ (cm)}} = \pi 2,00 \text{ (s}^{-1}\text{)} t \text{ (s)} \implies v \text{ (cm/s)} = \lambda \text{ (cm)}(\text{s}^{-1}) = 200 \text{ cm/s}$$

desde que  $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{200}{200} = 1$  Hz

## Velocidade de propagação da onda em meio elásticos

Um meio elástico é constituído de qualquer material que tende a preservar seu comprimento, forma e volume contra as forças externas. Tais materiais possuem forças restauradoras que tendem a retornar o material à sua condição original após a remoção das forças externas. A força restauradora é característica do material e tem origem nas forças de ligação entre seus átomos ou moléculas individuais.

A velocidade de propagação da onda em meios elásticos depende, em geral, das características de elasticidade e da densidade do meio. Podem-se deduzir as seguintes equações para ondas transversais e longitudinais em diversos meios:

a. para ondas transversais numa corda

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (14.11)$$

onde  $T$  é a tensão na corda e  $\mu$  é a massa por unidade de comprimento, também chamada densidade linear.

b. Para ondas longitudinais num fluido

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (14.12)$$

onde  $B$  é o módulo volumétrico e  $\rho$  é a densidade do fluido. O módulo volumétrico  $B$  é definido como uma medida da tendência de um material em manter seu volume contra as forças externas:

$$B = \frac{F/A}{\Delta V/V} \quad (14.13)$$

onde  $F$  é a intensidade da força externa que age sobre a área  $A$ ,  $\Delta V$  é a variação no volume e  $V$  o volume original.

c. Para ondas longitudinais num sólido

$$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad (14.14)$$

onde  $Y$  é o módulo de Young do sólido e  $\rho$  é a densidade do sólido. O módulo de Young é definido como uma medida da tendência de um material em manter seu comprimento contra as forças externas:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L} \quad (14.15)$$

onde  $F$  e  $A$  têm o mesmo significado da Equação (14.13),  $\Delta L$  é a variação no comprimento e  $L$  é o comprimento original.

Sabe-se que a densidade e as características de elasticidade do meio variam com a temperatura e a pressão desse meio. Uma vez que as velocidades de propagação das ondas num meio dependem das características de elasticidade e da densidade desse meio (Fórmulas (14.11), (14.12) e (14.14)), elas dependerão também da temperatura e da pressão.

**OBS:**

Quando uma onda passa de um meio para outro, a velocidade e o comprimento de onda mudam, enquanto que a frequência se mantém constante, pois ela é característica da fonte que produz a onda, obedecendo à Equação  $f = v/\lambda = \text{constante}$ .

Não existe nenhuma relação entre a velocidade de propagação da onda num meio e a velocidade com que um ponto do meio oscila em torno da sua posição de equilíbrio. Essa última, proporcional à amplitude de oscilação, está relacionada à quantidade de energia da onda, enquanto que a primeira corresponde à velocidade com que essa energia é transmitida.

**Exemplo** – Qual é a velocidade da onda numa corda de violão, cuja massa por unidade de comprimento é de 0,015 kg/m, na qual é aplicada uma tensão de 30 N?

**Solução**

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{30 \text{ N}}{0,015 \text{ kg/m}}} = \sqrt{2000} = 44,7 \text{ m/s}$$

**Ondas estacionárias.**

Quando existem ondas num espaço confinado – por exemplo, numa corda de comprimento  $\ell$ , esticada e presa pelas extremidades – as ondas que se propagam na corda sofrem reflexões em suas extremidades. É exatamente o que acontece com as cordas do violão ou do piano. Em cada reflexão surge uma onda que se propaga pela corda no sentido oposto. As ondas refletidas se somam às ondas incidentes, de acordo com o princípio da superposição.

Sejam duas ondas senoidais de comprimento de onda e amplitude iguais, propagando-se em sentidos opostos numa corda esticada e presa pelas extremidades, como mostra a Figura 14.10. As curvas 1 e 2 são as componentes incidente e refletida, e a 3 é a resultante. Os instantes considerados são:  $t = 0$ ,  $(1/8)T$ ,  $(1/4)T$ ,  $(1/2)T$  e  $(3/4)T$ .

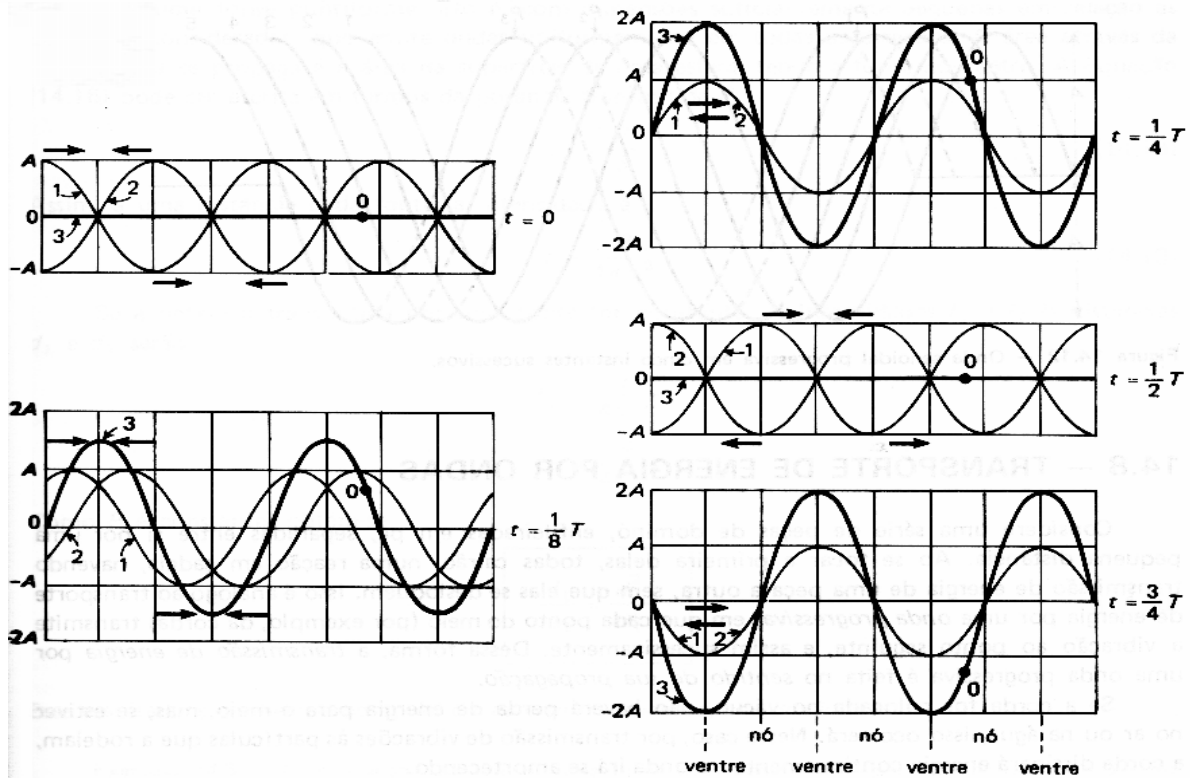


Figura 14.10 – Onda estacionária (3) resultante da soma de duas ondas (1) e (2), em diversos instantes.

No instante  $t = T$ , a forma da onda resultante volta de novo a ser exatamente como no instante  $t = 0$ . Essa onda é chamada *onda estacionária*, porque apesar de a forma da onda mudar com o tempo, ela não se propaga pela corda. Alguns pontos da corda apresentam deslocamento vertical nulo e se chamam *nós* e são representados pelos pontos  $P$  da Figura abaixo. Esses pontos são fixos e igualmente espaçados em intervalos de meio comprimento de onda. Os pontos equidistantes dos nós, representados pelos pontos  $P'$ , apresentam deslocamento vertical máximo, dado pela soma das amplitudes da onda incidente e refletida e são chamados *antinós* ou *ventres*. Nesse tipo de onda cada ponto da corda realiza um movimento harmônico simples, completando um ciclo num tempo  $T$  igual ao período das ondas senoidais componentes. A amplitude de cada ponto da corda é função do ponto e atinge o valor máximo no ventre e zero no nó.  $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$  são exemplos de algumas amplitudes

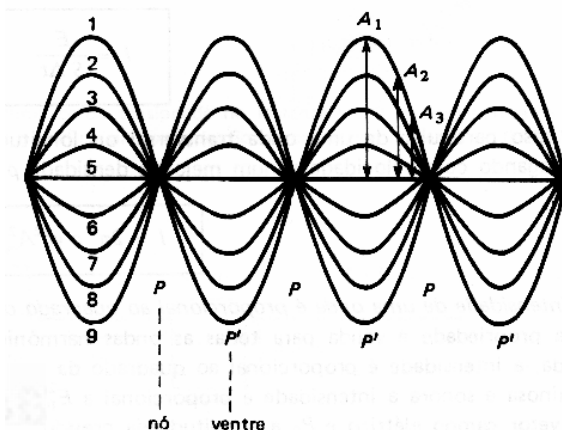


Fig – Deslocamento de um a onda estacionária em 9 instantes de tempo sucessivos.



Uma *onda progressiva* em cinco instantes sucessivos é mostrada na Figura abaixo. Nesse tipo de onda todos os pontos da corda representados por  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  vibram com a mesma amplitude  $A$ .

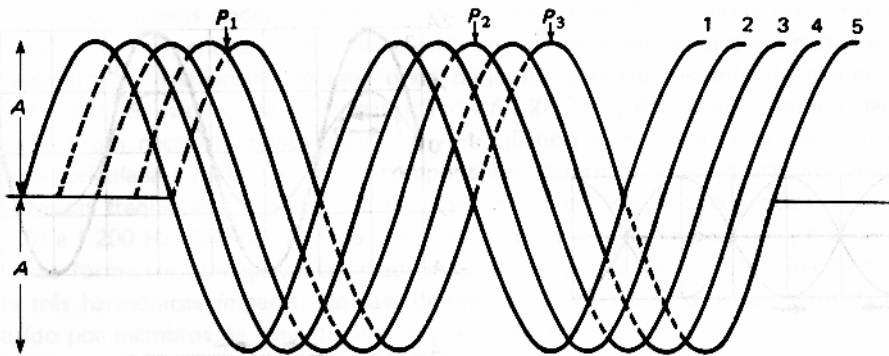


Figura – Onda senoidal progressiva em cinco instantes sucessivos.

## Transporte de energia por ondas

Considere uma série de peças de dominó, enfileiradas em pé, separadas entre si por uma pequena distância. Ao se tocar a primeira delas, todas cairão, numa reação em cadeia, havendo transmissão de energia de uma peça a outra, sem que elas se desloquem. Isso é análogo ao transporte de energia por uma *onda progressiva*, em que cada ponto do meio (por exemplo, da corda) transmite a vibração ao ponto seguinte, e assim sucessivamente. Dessa forma, a *transmissão de energia* por uma onda progressiva é feita no *sentido de sua propagação*.

Se a corda for colocada no vácuo, não haverá perda de energia para o meio, mas, se estiver no ar ou na água, isso ocorrerá. Nesse caso, por transmissão de vibrações às partículas que a rodeiam, a corda dissipará energia continuamente e a onda irá se amortecendo.

No caso de *ondas estacionárias*, não há transmissão de energia ao longo da corda em nenhuma direção, pois a energia não pode ultrapassar os pontos nodais que estão sempre em repouso. Dessa forma, a energia permanece estacionária na corda, alternando-se entre energia cinética de vibração e energia potencial elástica.

De modo geral, quando não há dissipação de energia, pode-se dizer que a intensidade  $I$  de uma onda progressiva é igual à energia  $E$  transmitida pela onda dividida pela área  $S$ , perpendicular à direção de propagação, num intervalo de tempo  $\Delta t$ , isto é

$$I = \frac{E}{S \Delta t} \quad (14.16)$$

No caso particular de uma onda transversal ou longitudinal de frequência  $f$  e amplitude  $A$ , se propagando com velocidade  $v$  num meio de densidade  $\rho$ , pode-se deduzir que:

$$I = 2\pi^2 \rho v f^2 A^2 \quad (14.17)$$

A intensidade de uma onda é proporcional ao quadrado da frequência e ao quadrado da amplitude. Essa propriedade é válida para todas as ondas harmônicas (senoidais). Por exemplo, no caso da corda, a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude de deslocamento  $A$ . Para as ondas luminosa e sonora a intensidade é proporcional a  $E_0^2$  e  $P_0^2$ , respectivamente, sendo  $E_0$  a amplitude do vetor campo elétrico e  $P_0$  a amplitude da pressão.

Seja uma fonte puntiforme, isto é, com dimensões suficientemente pequenas em relação às distâncias consideradas, que emite ondas uniformemente em todas as direções. A área através da qual a onda se propaga é a área da superfície de uma esfera, tendo a fonte no centro. A Equação (14.16) pode ser escrita em termos da potência transmitida  $P$

$$I = \frac{P}{S} \quad (14.18)$$

Assim, a uma distância  $d$  da fonte, a intensidade é

$$I = \frac{P}{4\pi d^2} \quad (14.19)$$

## O efeito Doppler

Toda vez que temos um gerador de ondas, ou uma fonte e um receptor de ondas, com um movimento relativo entre eles, pode acontecer o seguinte:

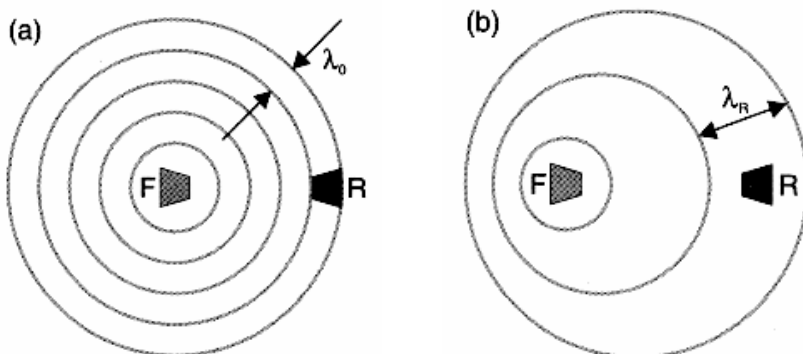
♦ Se a fonte estiver em *repouso* com relação ao receptor, e se o meio que transporta a onda *estiver em repouso* com relação a ambos, então a frequência  $\nu_R$  da onda no receptor é *a mesma* que a frequência  $\nu_0$  da onda na fonte. Ou seja,  $\nu_0 = \nu_R = v/\lambda_0$ ; onde  $v$  é a *velocidade da onda relativa ao meio* (veja a Figura 10.11a).

De fato se  $N$  é o número de ondas emitidas pela fonte em um tempo  $\Delta t$ , então  $N = \nu_0 \Delta t$ . Essas ondas estão contidas em um espaço  $v\Delta t$ . Logo, o comprimento de onda no receptor será

$$\lambda_R = \frac{v\Delta t}{N} = \frac{v\Delta t}{\nu_0 \Delta t} = \frac{v}{\nu_0} = \lambda_0,$$

e a frequência no receptor será

$$\nu_R = \frac{N}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \cdot \frac{v\Delta t}{\lambda_R} = \frac{v}{\lambda_R} = \frac{v}{\lambda_0} = \nu_0.$$



**Figura 10.11** a) Frentes de onda de uma fonte pontual (F) em repouso com relação ao meio. b) Caso em que o meio está se movimentando com velocidade  $v_m$  no sentido da fonte ao receptor (R).

♦ Se a fonte estiver em *repouso* com relação ao receptor, e se o meio em que se move a onda *não estiver em repouso* com relação a ambos, então, o comprimento  $\lambda_0$  da onda emitida pela fonte *se modificará*. Admitindo que o meio esteja se movendo a uma velocidade  $v_m$  no sentido da fonte para o receptor (veja a Figura 10.11b), o comprimento da onda no receptor será

$$\lambda_R = \left(1 + \frac{v_m}{v}\right) \lambda_0.$$

O número de ondas emitidas pela fonte em um tempo  $\Delta t$  será  $N = v_0 \Delta t$ . Essas ondas estão contidas em um espaço  $v' \Delta t$ , onde  $v' = v + v_m$  é a velocidade das ondas relativa à fonte ou ao receptor. Logo, o comprimento de onda no receptor será

$$\lambda_R = \frac{v' \Delta t}{N} = \frac{(v + v_m) \Delta t}{v_0 \Delta t} = \frac{v + v_m}{v_0} = \frac{v}{v_0} \left(1 + \frac{v_m}{v}\right) = \left(1 + \frac{v_m}{v}\right) \lambda_0;$$

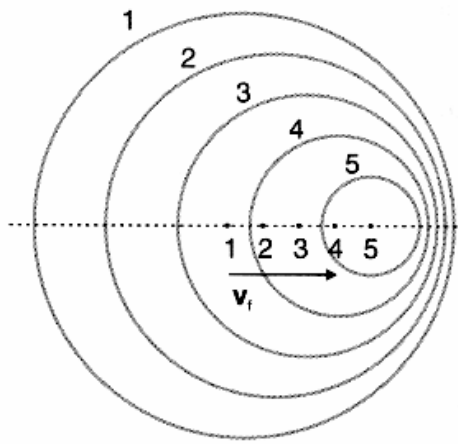
e a frequência no receptor será

$$v_R = \frac{N}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \frac{v' \Delta t}{\lambda_R} = \frac{v'}{\lambda_R} = \frac{v}{\lambda_0} = v_0.$$

♦ Se a fonte e o receptor estiverem *se aproximando ou se afastando* um do outro, a frequência  $v_R$  da onda no receptor *não será a mesma* que a frequência  $v_0$  da onda na fonte. Esse fenômeno é denominado *efeito Doppler*.

• Se a fonte estiver se movendo com velocidade  $v_f$  com relação ao meio em que a velocidade da onda for  $v$ , então, no sentido do movimento da fonte, as frentes de onda estarão mais próximas. Logo, o receptor (R) detectará um som com *frequência  $v'$  maior do que a frequência  $v_0$  da fonte em repouso*. De fato, como mostra a Figura 10.12, em um tempo  $\Delta t$ , o número de ondas emitidas pela fonte será  $N = v_0 \Delta t$ . Sendo  $v \Delta t$  a distância que avança a primeira frente de ondas, e sendo  $v_f \Delta t$  a distância coberta pela fonte no tempo  $\Delta t$ ; então, *na zona frontal à fonte*,  $N$  frentes de onda ocuparão uma distância  $v \Delta t - v_f \Delta t = (v - v_f) \Delta t$ . Logo, o comprimento da onda que passa por um ponto em repouso com relação ao meio será

$$\lambda' = \frac{(v - v_f) \Delta t}{v_0 \Delta t} = \frac{v - v_f}{v_0} = \frac{v}{v_0} \left(1 - \frac{v_f}{v}\right).$$



**Figura 10.12** Frentes de ondas sucessivas emitidas por uma fonte que se move com velocidade  $v_f$  para a direita.

$$\blacktriangleright \quad \therefore \lambda' = \lambda_0 \left( 1 - \frac{v_f}{v} \right) \quad \text{ou} \quad v' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v_0}{\left( 1 - \frac{v_f}{v} \right)}. \quad (10.20)$$

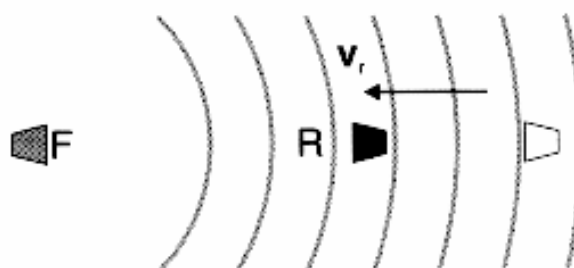
Esta é a frequência em frente à fonte móvel, ou seja, quando a fonte se aproxima do receptor.

Na *zona posterior à fonte*, as frentes de ondas estão mais espaçadas. Logo receptor detectará ondas com

$$\blacktriangleright \quad \lambda'' = \lambda_0 \left( 1 + \frac{v_f}{v} \right) \quad \text{ou} \quad v'' = \frac{v}{\lambda''} = \frac{v_0}{\left( 1 + \frac{v_f}{v} \right)}. \quad (1)$$

Esta é a frequência quando a fonte está se afastando do receptor.

- Se a fonte (F) estiver em repouso, e o receptor (R) se mover com relação ao meio com velocidade  $v_r$ , *não haverá modificação* do comprimento de onda  $\lambda_0$ . A frequência das ondas  $v'$  no receptor *aumentará*, caso este se mova em direção à fonte; e *diminuirá*, caso ele se afaste da fonte. De acordo com a Figura 10.13, se o receptor estiver estacionário, o número de ondas detectadas em um tempo  $\Delta t$  será  $v\Delta t/\lambda_0$ . Quando o receptor se mover na direção da fonte com velocidade  $v_r$ , o número adicional de ondas detectadas será  $v_r\Delta t/\lambda_0$ .



**Figura 10.13** Receptor (R) movendo-se para a fonte (F) com velocidade  $v_r$ .

Portanto, o número total de ondas detectadas pelo receptor será  $N = (v\Delta t + v_r\Delta t)/\lambda_0 = (v + v_r)\Delta t/\lambda_0$ . Logo, a frequência  $v'$  com a qual se detecta as ondas será

$$\blacktriangleright \quad v' = \frac{N}{\Delta t} = v_0 \left( 1 + \frac{v_r}{v} \right) \quad (10.22)$$

No caso em que o receptor se mover afastando-se da fonte, a frequência  $v''$  com a qual se detecta as ondas será

$$\blacktriangleright \quad v'' = \frac{N}{\Delta t} = v_0 \left( 1 - \frac{v_r}{v} \right) \quad (10.23)$$

Quando a fonte e o receptor se movem em relação ao meio, a velocidade da onda  $v$  é substituída por  $v' = v \pm v_m$ , onde  $v_m$  é a velocidade do meio.

**Exemplo:** Um morcego que está voando a uma velocidade de 10 m/s, em direção a uma parede estacionária, emite um som ultra-sônico de 100 kHz.

- Calcule a frequência com que a onda incide na parede e o comprimento de onda na região frontal ao morcego.
- Uma vez que o som é refletido pela parede, esta atua como uma fonte de ondas, cuja frequência é a calculada em (a). Com que frequência o morcego ouve o som refletido pela parede?

**Resolução:**

- Nesse caso, a fonte é o morcego que emite ondas de  $v_0 = 100$  kHz. A fonte se move a velocidade  $v_f = 10$  m/s em relação ao meio. Logo, pela equação (10.20), a frequência dessas ondas na parede ou receptor é

$$v' = \frac{100}{\left( 1 + \frac{10}{343} \right)} \text{ kHz} = 103 \text{ kHz.}$$

O comprimento dessa onda é

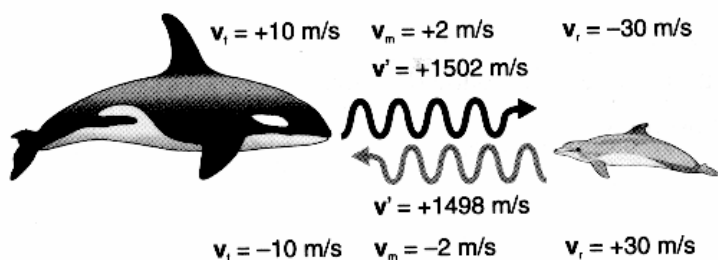
$$\lambda' = v/v' = (343 \text{ m/s})/103 \times 10^3 \text{ Hz} = 3,3 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

- Nesse caso, a fonte é a parede e emite ondas de  $v_0 = 103$  kHz. O morcego é o receptor que se move a uma velocidade  $v_r = 10$  m/s. Logo, pela equação (10.22), a frequência das ondas refletidas que chegam ao ouvido do morcego é

$$v'' = 103 \left( 1 + \frac{10}{343} \right) \text{ kHz} = 106 \text{ kHz.}$$

**Exemplo:** Uma baleia está se movimentando a uma velocidade de 10 m/s, no mesmo sentido que uma correnteza de 2 m/s. Simultaneamente, um golfinho se movimenta a 30 m/s em direção à baleia e sentido oposto à correnteza. A baleia emite um som de 9,74 kHz. Determine:

- Com que frequência o golfinho ouvirá esse som?
- O golfinho responde com um som de frequência igual ao que ouviu. Com que frequência a baleia ouvirá esse som? (Considere que a velocidade do som na água do mar é 1500 m/s.)



**Resolução:** Este exercício pode ser resolvido de várias maneiras. Daremos uma resolução a partir das considerações da figura ao lado. A magnitude da velocidade da onda será 1502 m/s na situação (a) e 1498 m/s na situação (b). As magnitudes das velocidades da baleia e do golfinho serão 10 m/s e 30 m/s, respectivamente.

- A fonte (baleia) está se movendo a uma velocidade  $v_f$  em relação ao meio, onde a velocidade da onda é  $v'$ . Se o receptor (golfinho) estiver em repouso, ele detectará a onda emitida pela baleia com uma frequência dada pela equação (10.20)

$$v' = \frac{9,74}{\left(1 - \frac{10}{1502}\right)} \text{ kHz.}$$

Como o receptor está se acercando da fonte com velocidade  $v_r$ , o golfinho ouvirá o som emitido pela baleia com uma frequência dada pela equação (10.22)

$$v_r = v' \left(1 + \frac{30}{1502}\right) = \frac{9,74 \text{ kHz} \left(1 + \frac{30}{1502}\right)}{\left(1 - \frac{10}{1502}\right)} = 10 \text{ kHz.}$$

- A fonte (golfinho) está se movendo com velocidade 30 m/s em relação ao meio, onde a velocidade da onda é 1498 m/s. Se o receptor (baleia) estiver em repouso, ele detectará a onda emitida pela baleia, com uma frequência dada pela equação (10.20)

$$v' = \frac{10 \text{ kHz}}{\left(1 - \frac{30}{1498}\right)}$$

Como a baleia está se acercando da fonte a uma velocidade 10 m/s, a baleia ouvirá o som emitido pelo golfinho com uma frequência dada pela equação (10.22)

$$v_r = v' \left( 1 + \frac{10}{1498} \right) = \frac{10 \text{ kHz} \left( 1 + \frac{10}{1498} \right)}{\left( 1 - \frac{10}{1498} \right)} = 10,27 \text{ kHz.}$$

## 2 – Som

O som é um dos meios pelo qual os animais superiores se comunicam e obte informações do ambiente ao seu redor. Esses animais possuem órgãos especiais para produzir e detectar os sons (ex. cordas vocais, ouvido, etc.)

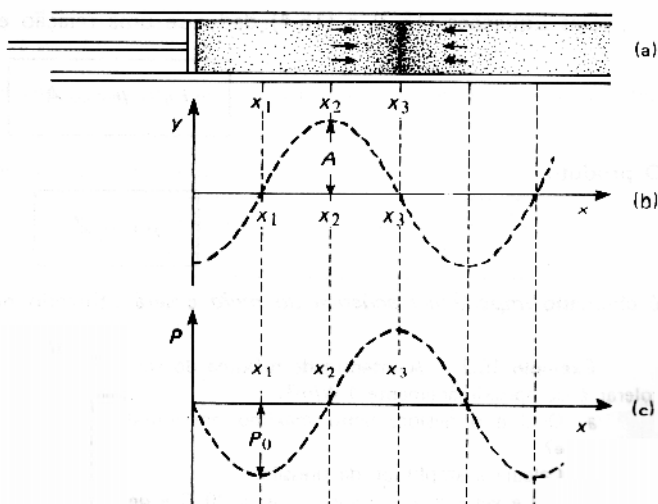
Uma onda sonora por ser um tipo de onda mecânica é produzida quando ocorre uma variação na pressão do ar bruscamente. Por exemplo ao batermos um martelo no chão ou tocamos uma corda de violão ocorre uma compressão brusca do ar no local gerando uma perturbação na pressão. E essa perturbação se propaga comumente chamada de som.

As partículas materiais que transmitem a onda oscilam paralelamente a direção de propagação da própria onda. Portanto, as ondas sonoras, freqüentemente chamadas de ondas de compressão ou de pressão, são ondas mecânicas longitudinais que podem se propagar em meios sólidos, líquidos e gases. Obs. As ondas mecânicas não se propagam na ausência de meio material com no vácuo.

Essas ondas, ao se propagarem através de um meio elástico, podem atingir o ouvido e produzir uma sensação sonora. Entretanto o aparelho de audição humano é sensível somente a sons com frequência entre 20 e 20 000 Hz. Ondas mecânicas longitudinais com frequências abaixo e 20Hz são chamadas de infra-som e acima de 20 000 Hz (ou 20 MHz), ultra-som.

### Onda harmônica sonora

Uma onda harmônica sonora unidimensional pode ser produzida, por exemplo, efetuando-se um movimento harmônico simples (periódico do tipo seno ou coseno) num pistão, que impele uma coluna de ar num tubo muito longo e estreito gerando uma variação periódica na pressão ou densidade do ar no tubo.



**Figura** — (a) Variação na densidade do ar no interior do tubo no instante  $t$ ; (b) deslocamento horizontal  $y$  dos elementos de volume do ar em função da posição  $x$  no instante  $t$ ; (c) variação da pressão  $P$  em função da posição  $x$  no instante  $t$ .

Se o pistão executar um movimento harmônico simples de frequência angular  $\omega$ , formar-se-á uma onda de pressão que pode ser descrita pela fórmula

$$P = P_0 \text{sen}(kx - \omega t) = P_0 \text{sen} \left[ 2\pi \left( \frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \right]$$

que é análoga a equação para o deslocamento vertical de uma onda transversal numa corda, por exemplo. É importante observar que  $P$  é a variação de pressão em relação à pressão de equilíbrio (não-perturbada), na ausência da onda, e a amplitude  $P_0$  é o valor máximo dessa variação de pressão.

Quando o som passa de um meio para o outro, por exemplo, do ar para água, a frequência  $f$  da onda permanece constante, pois ela depende da propriedade da fonte e não do meio transmissor. Para o tipo de onda considerada, a velocidade é uma propriedade do meio elástico, através do qual a onda se propaga, e esta relacionada com o comprimento de onda pela fórmula  $v = \lambda f$ .

## Intensidade do som

A intensidade  $I$  de uma onda é definida como a energia  $E$  que atravessa uma área  $S$  num intervalo de tempo  $\Delta t$ .

$$I = \frac{E}{S \Delta t}$$

**Exemplo 15.1** — Um microfone com uma área efetiva de  $3 \text{ cm}^2$  recebe durante  $5 \text{ s}$  uma energia de  $1,5 \times 10^{-9} \text{ J}$ . Qual é a intensidade do som?

**Solução**

$$I = \frac{E}{S \Delta t} = \frac{1,5 \times 10^{-9} \text{ J}}{(3 \times 10^{-4} \text{ m}^2)(5 \text{ s})} = 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} = 10^{-6} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Esse é o valor da intensidade sonora numa conversação normal.

A intensidade  $I$  do som pode ser expressa em função da amplitude  $A$  do deslocamento horizontal dos elementos de volume do ar pela equação

$$I = \frac{\rho v}{2} (A \omega)^2 \quad (15.3)$$

sendo  $\rho$ ,  $v$  e  $\omega$ , respectivamente, a densidade do meio, a velocidade de propagação da onda nesse meio e a frequência angular. Essa equação é obtida , substituindo-se  $2\pi f$  por  $\omega$ .



Pode-se também deduzir a fórmula que relaciona a intensidade  $I$  do som com a amplitude de pressão  $P_0$

$$I = \frac{P_0^2}{2\rho v} \quad (15.4)$$

onde  $\rho$  e  $v$  têm o mesmo significado da Equação (15.3). A intensidade  $I$  da onda sonora é proporcional ao quadrado da amplitude de pressão  $P_0$  e ao quadrado da amplitude de deslocamento horizontal dos elementos de volume do ar  $A$ ,

Das Equações (15.3) e (15.4) deduz-se uma relação entre  $A$  e  $P_0$ :

$$P_0 = \rho v \omega A \quad (15.5)$$

O produto

$$\rho v = Z \quad (15.6)$$

é chamado *impedância acústica do meio*

**Exemplo** – A intensidade máxima do som com frequência de 1 000 Hz que o ouvido humano pode tolerar é de aproximadamente  $1 \text{ W/m}^2$ .

a. Qual é o deslocamento máximo horizontal dos elementos de volume do ar correspondente a essa intensidade?

b. Calcule a amplitude da pressão.

Dados: a velocidade do som no ar a  $20^\circ\text{C}$  é de  $344 \text{ m/s}$  e a densidade do ar é de  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

### Solução

a. deslocamento máximo = amplitude  $A$

$$\text{De } I = \frac{\rho v}{2} (A 2\pi f)^2 \implies A = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{2I}{\rho v}}$$

Substituindo os dados, obtém-se

$$A = \frac{1}{6,28 \times 10^3 \text{ s}^{-1}} \sqrt{\frac{(2)(1 \text{ W/m}^2)}{(1,2 \text{ kg/m}^3)(344 \text{ m/s})}} = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}$$

O valor obtido é da mesma ordem de grandeza que o diâmetro médio da hemácia ( $0,7 \times 10^{-5} \text{ m}$ ).

$$\text{b. De } I = \frac{P_0^2}{2\rho v} \implies P_0 = \sqrt{I 2\rho v}$$

Substituindo os dados, obtém-se

$$P_0 = \sqrt{(1 \text{ W/m}^2)(2)(1,2 \text{ kg/m}^3)(344 \text{ m/s})} = 28,7 \text{ N/m}^2$$

Como  $P_0$  é a variação máxima da pressão com relação à pressão atmosférica normal, cujo valor é de aproximadamente  $1,01 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ , o resultado obtido mostra que essa variação é muito menor do que a pressão atmosférica.

O ouvido humano pode detectar intensidades sonoras que vão desde  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  até  $1 \text{ W/m}^2$ . Devido a esse grande intervalo, uma escala logarítmica de base dez é usada para definir o *nível de intensidade sonora*  $\beta$  (decibel-dB):

$$\beta \text{ (dB)} = 10 \log \left( \frac{I}{I_0} \right) \quad (15.7)$$

onde  $I$  é a intensidade sonora e  $I_0$  a intensidade de referência de  $10^{-12} \text{ W/m}^2$ .

Os limites da faixa de nível de intensidade sonora audível para o ser humano são 0 dB e 120 dB, e são obtidos a partir das intensidades sonoras de  $10^{-12} \text{ W/m}^2$  e  $1 \text{ W/m}^2$ , isto é,

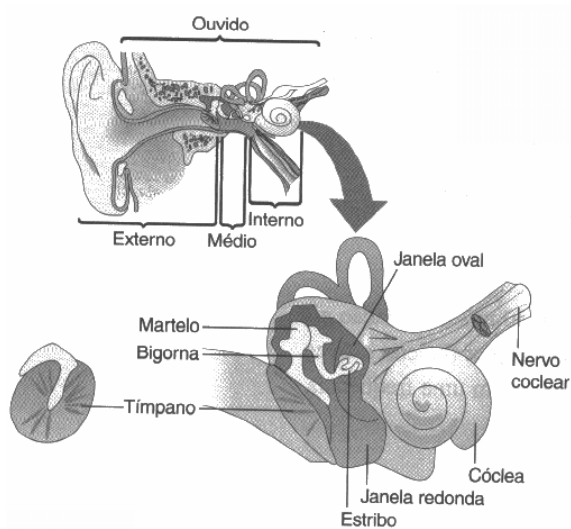
$$\beta = 10 \log \frac{10^{-12}}{10^{-12}} = 10 \log 1 = 0 \text{ dB}$$

$$\beta = 10 \log \frac{1}{10^{-12}} = 10 \log 10^{12} = 10 \times 12 \log 10 = 10 \times 12 \times 1 = 120 \text{ dB}$$

Na Tabela 15.1 estão listados os valores aproximados das intensidades e dos níveis de intensidade de vários sons.

Tabela 15.1 – Intensidade e nível de intensidade de vários sons.

Som	Intensidade ( $\text{W/m}^2$ )	Nível de intensidade (dB)
Limiar de audição	$10^{-12}$	0
Respiração normal	$10^{-11}$	10
Murmúrio (a 5 m)	$10^{-9}$	30
Conversação normal (a 1 m)	$10^{-6}$	60
Tráfego pesado	$10^{-5}$	70
Metrô (interior)	$10^{-3}$	90
Concerto de <i>rock</i> (limiar doloroso)	$10^0$	120
Decolagem de jato (nas vizinhanças)	$10^3$	150



O ouvido humano dividido em ouvido externo, médio e interno.

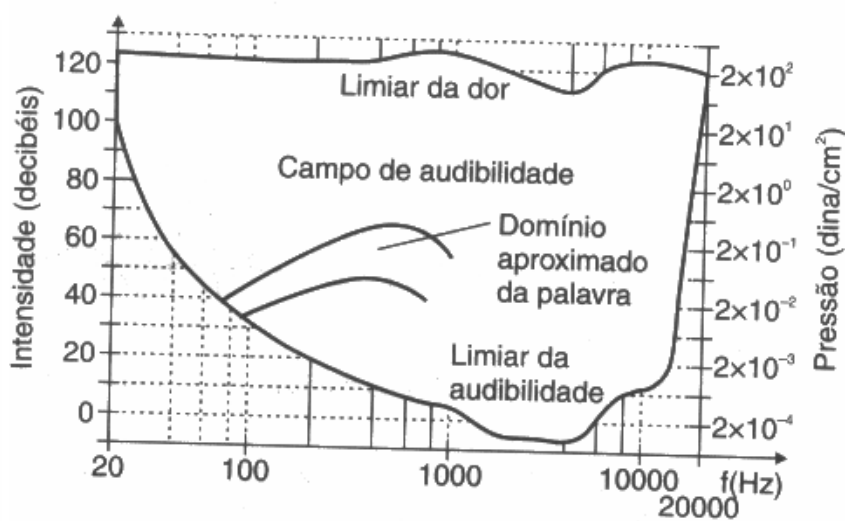


Gráfico do campo de audibilidade.

Fig. Desenho esquemático do ouvido humano (esq) e gráfico do campo de audibilidade do ouvido humano (dir).

### 3 - Introdução a bioacústica

A bioacústica estuda o funcionamento do sistema auditivo dos mamíferos e dos humanos, ou seja, é a análise e a percepção de sensações auditivas cuja origem são os estímulos sonoros. Neste curso teremos aulas espaciais sobre a biofísica da fonação e biofísica da audição onde serão apresentados e discutidos o funcionamento dos sistemas auditivos e de produção de som dos animais.

### 4 - Ultra-som

Certos animais – como por exemplo, os morcegos, os golfinhos, as mariposas etc. – se locomovem, encontram alimento e fogem do perigo através das ondas ultra-sônicas que eles próprios emitem. As observações do comportamento desses animais sugeriram a idéia do desenvolvimento do sonar, durante a Segunda Guerra Mundial. Esse instrumento serve para detectar objetos sob a água, como submarinos e minas, e também para avaliar a profundidade do mar. Desde então, houve um aumento muito grande de aplicações do ultra-som nos mais diversos campos.

Como o ultra-som está fora da faixa de frequência audível ao homem, ele pode ser empregado com intensidade bastante alta, além do seu uso à baixa intensidade.

As aplicações do ultra-som de baixa intensidade têm, como propósito, transmitir a energia através de um meio e com isso obter informações do mesmo. As aplicações típicas dentro dessa categoria são: ensaio não-destrutivo de materiais, medida das propriedades elásticas de materiais e diagnose médica.

As aplicações de alta intensidade têm como objetivo produzir alteração no meio através do qual a onda se propaga. Alguns exemplos são: terapia médica, atomização de líquidos, limpeza por cavitação, ruptura de células biológicas, soldas e homogeneização de materiais.

Todos os métodos de *diagnose médica* que usam ondas ultra-sônicas se baseiam na *reflexão do ultra-som nas interfaces* (superfícies de separação entre dois meios), ou no *efeito Doppler produzido pelos movimentos dentro do corpo* que serão discutidos em mais detalhes nos próximos itens. Ambos os métodos usam baixa intensidade de ultra-som.

Pode-se obter, com a técnica ultra-sônica, informações sobre:

a. *Tamanho* – medida das dimensões lineares ou do volume. Exemplos: cefalometria fetal, medida de volume do fígado, da bexiga.

b. *Anomalias anatômicas* – formação de imagem e identificação dos tumores. Exemplos: cisto do ovário, metástases hepáticas. Em particular, é possível distinguir sólidos dos líquidos.

c. *Função* – verificação sobre o funcionamento de órgãos e sistemas do corpo humano, Exemplos: estenose da válvula mitral, arteriosclerose.

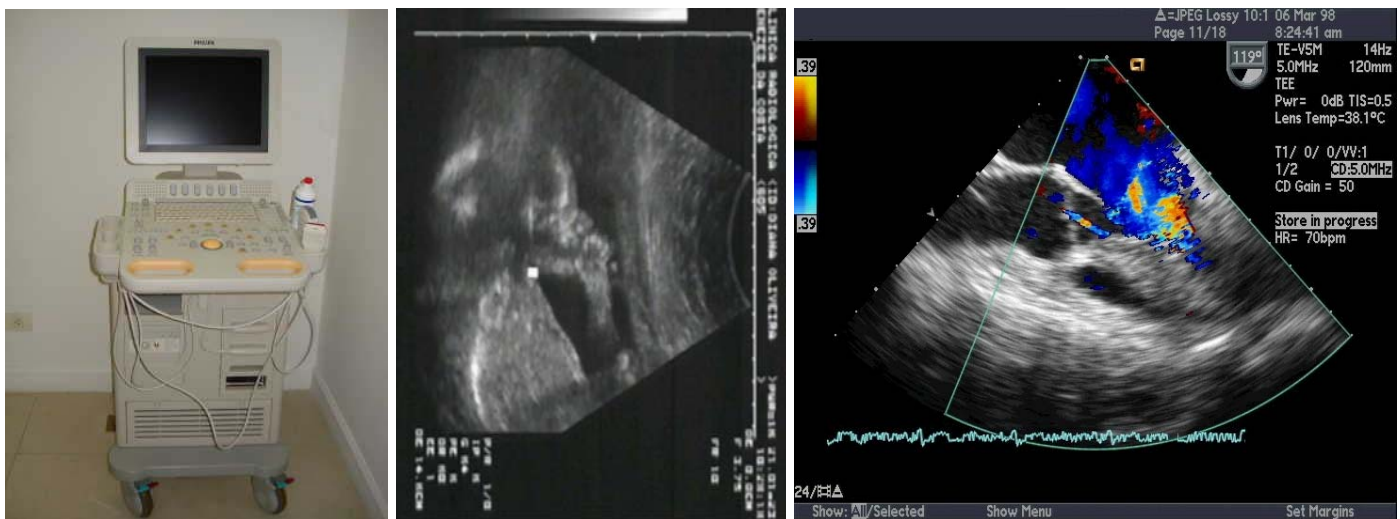
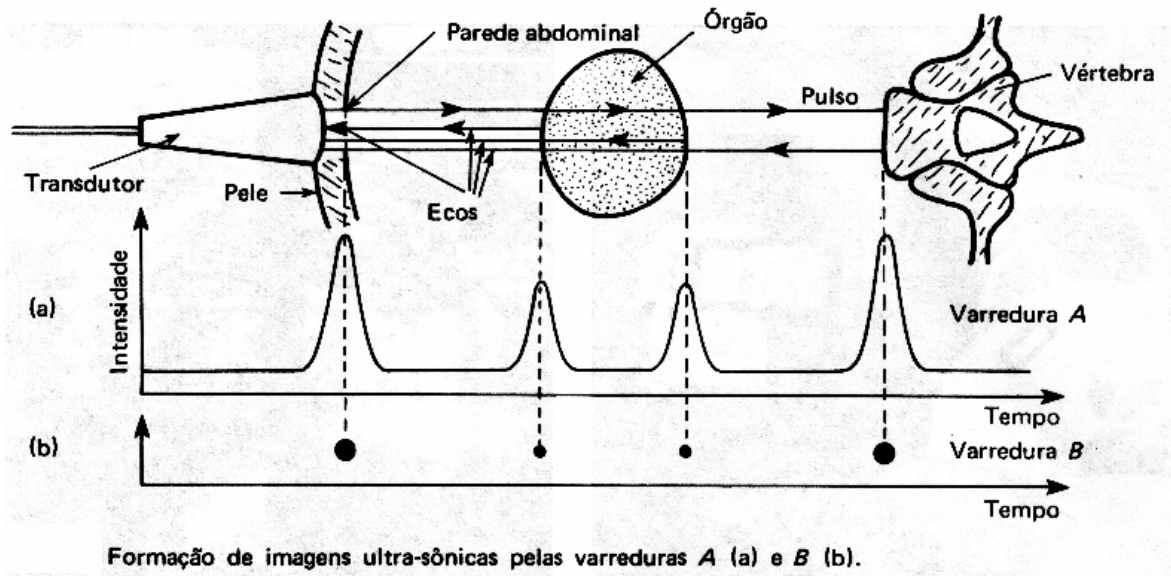
### Formação de imagens.

A informação diagnostica sobre a profundidade das estruturas no corpo pode ser obtida enviando-se um pulso de ultra-som através do corpo e medindo-se o intervalo de tempo  $\Delta t$  entre o instante de emissão do pulso e o de recepção do eco. Como o pulso viaja duas vezes a mesma distancia  $d$  (ida e volta) entre o transdutor e a interface que produziu o eco num intervalo de tempo  $\Delta t$ , a distancia  $d$  será dada por:

$$d = \frac{v\Delta t}{2}$$

onde  $v$  é a velocidade de propagação do pulso (onda ultrassônica) no meio.

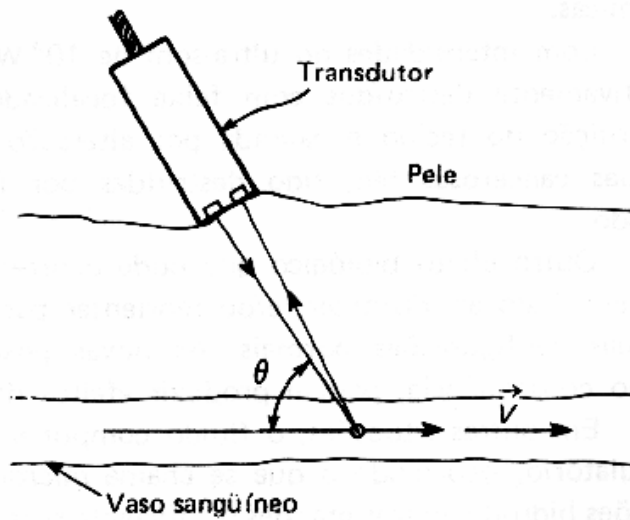
Atualmente a interpretação do sinal do ultra-som é feito por intermédio de um computador que combina as informações medidas gerando “imagens” da região em uma dimensão ou mais dimensões. Existem basicamente três modos de exibição dos pulsos/ecos no computador: modo-A (amplitude); modo-B (brilho) e modo-M (movimento). Este último é utilizado para detectar estruturas que se movem, como o coração, válvulas cardíacas.



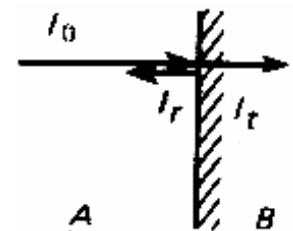
Existe ainda o modo-D (Doppler) muito utilizado para a velocidade do sangue nos vasos sanguíneos e artérias. O efeito Doppler aparece quando velocidade relativa diferente de zero entre o transdutor e o objeto que se mede, nesse caso, produzindo uma variação na frequência da onda refletida com relação à da onda incidente. A diferença  $\Delta f$  entre as frequências do ultra-som emitido e recebido, levando-se em conta que há um ângulo  $\theta$  entre a direção de movimento do sangue e a do ultra-som, e que a velocidade  $v$  do ultra-som é muito maior que a velocidade  $V$  do sangue pode ser obtida pela equação:

$$\Delta f = \frac{2f_0V \cos \theta}{v}$$

onde  $f_0$  é a frequência inicial do ultra-som e  $V \cos \theta$  a componente da velocidade do sangue na direção de incidência do ultra-som.



Arranjo esquemático para medir a velocidade do sangue usando o efeito Doppler.



## Propriedades das ondas ultra-sônicas

A razão entre a intensidade da onda refletida  $I_r$  e a intensidade da onda incidente  $I_0$  fornece o coeficiente de reflexão da intensidade,  $R$ .

$$R = \frac{I_r}{I_0} = \frac{(Z_A - Z_B)^2}{(Z_A + Z_B)^2}$$

onde  $I_r$  é a intensidade da onda refletida,  $I_0$  a da onda incidente,  $Z_A$  a impedância acústica do meio A e  $Z_B$  a do meio B. As impedâncias acústicas (“resistência”) são obtidas a partir do produto entre a densidade do meio e a velocidade de propagação da onda no meio,  $Z = \rho v$ .

A razão entre a intensidade da onda transmitida  $I_t$  e a intensidade  $I_0$  fornece o coeficiente de transmissão da intensidade,  $T$ :

$$T = \frac{I_t}{I_0} = \frac{4Z_A Z_B}{(Z_A + Z_B)^2}$$

Note que, quando  $Z_A = Z_B$ , não há onda refletida, pois  $I_r = 0$  e  $I_t = I_0$ , isto é, toda onda incidente é transmitida nesse caso.

$$\frac{I_r}{I_0} + \frac{I_t}{I_0} = 1$$

A atenuação (soma entre espalhamento, divergência ou atenuação) de uma onda ultra-sônica obedece a lei exponencial

$$I = I_0 e^{-2\alpha x}$$

onde  $I$  é a intensidade do ultra-som após atravessar uma espessura  $x$  de material com coeficiente de atenuação  $\alpha$  e  $I_0$  é a intensidade inicial.

A intensidade do ultra-som é medida em  $\text{W/m}^2$ ,  $\text{W/cm}^2$  ou  $\text{mW/cm}^2$ . Se  $x$  for medida em cm,  $\alpha$  será expresso em  $\text{cm}^{-1}$  pois  $\alpha x$  deve ser adimensional. O coeficiente de atenuação do ultra-som geralmente aumenta com a frequência, razão pela qual existe um limite máximo na frequência empregada clinicamente.

**Exemplo** – Uma onda ultra-sônica de 3,5 MHz incide sobre o músculo bíceps, no qual o coeficiente de atenuação  $\alpha$  vale  $0,6 \text{ cm}^{-1}$ . De quanto por cento a intensidade do ultra-som será atenuada a 1 cm do ponto de incidência?

**Solução**

$$I = I_0 e^{-2\alpha x} = I_0 e^{-2 \times 0,6 \times 1} = I_0 e^{-1,2}$$

$$\frac{I}{I_0} = e^{-1,2} = 0,30$$

$$I = 0,30 I_0$$

A intensidade do ultra-som após atravessar 1 cm de músculo será igual a 30% da intensidade incidente. Portanto a atenuação foi de 70%.

## Fisioterapia ultra-sônica

Devido à dissipação de energia das ondas no meio pode haver uma elevação de temperatura no tecido que esta sendo analisado. Em alguns casos é possível aumentar a temperatura dos tecidos vários graus podendo até mesmo danificá-los (utilizado de forma similar a radioterapia). Devido a esse aquecimento induzido, a fisioterapia por ultra-som é aplicada no tratamento de tenossinovite (inflamação da bainha do tendão), bursite, mialgia, artrite, dores lombares, doenças nas articulações. Na fisioterapia ultra-sônica geralmente a frequência do instrumento varia de 1 a 3 MHz, e sua intensidade de  $0,25$  a  $3 \text{ W/cm}^2$ . Cada aplicação pode durar de 3 a 50 min, durante 10 dias.

## Alguns efeitos biológicos do ultra-som

- Cavitação ou formação de cavidades ou bolhas no meio líquido. Durante a rupturas dessas micro bolhas há liberação de energia que pode romper ligações moleculares e promover a formação de radicais livres.

- Com intensidades muito elevadas  $> 10^3 \text{ W/cm}^2$  tecidos a uma certa profundidade pode ser afetados por alteração bioquímica.

- Alguns estudos sugerem que é possível destruir algumas células cancerosas por feixes intensos de ultra-som.

## Exercícios propostos

---

- 1) O diâmetro da carótida na altura do pescoço foi medido pela varredura A. O intervalo de tempo decorrido entre a recepção dos ecos provenientes das paredes anterior e posterior da carótida é de  $15 \mu\text{s}$ . Calcule o diâmetro da carótida, supondo que a velocidade do ultra-som nesse meio seja de  $1500 \text{ m/s}$ .
- 2) Se o coeficiente de atenuação  $\alpha$  de um feixe de ultra-som de  $1 \text{ MHz}$  no osso for de  $1,2 \text{ cm}^{-1}$ , para qual espessura do osso ocorrerá 90% de atenuação desse feixe?
- 3) Deseja-se medir a velocidade do fluxo sanguíneo na aorta de uma pessoa. Para isso, usa-se a técnica Doppler de ultra-som. Coloca-se um transdutor fazendo um ângulo de  $45^\circ$  com a direção do fluxo sanguíneo. A frequência do ultra-som é de  $5 \text{ MHz}$ . A diferença máxima entre a frequência emitida e a recebida, devida ao efeito Doppler, é de  $3 \text{ kHz}$ . Sabendo-se que a velocidade do ultra-som no sangue é de  $1500 \text{ m/s}$ , calcule a velocidade máxima do fluxo sanguíneo na aorta.
- 4) Calcule o nível de intensidade sonora numa conversação normal, sabendo-se que a intensidade correspondente do som vale  $10^{-6} \text{ W/m}^2$ .
- 5) **Exercício Proposto** – Uma corda de  $2 \text{ m}$ , mantida sob tensão de  $50 \text{ N}$ , possui uma massa de  $40 \text{ g}$ . Determine o comprimento de onda de uma onda nessa corda cuja frequência é de  $200 \text{ Hz}$ .
- 6) Um homem produz ondas, balançando um barco na superfície de um lago de águas paradas. Ele observa que o barco apresenta 12 oscilações em 20 segundos, sendo que cada oscilação produz uma onda. A crista de uma dada onda leva 6 segundos para alcançar uma praia que se encontra à distância de  $12 \text{ m}$ .
  - a. Calcule o comprimento de onda das águas na superfície do lago.
  - b. Se a amplitude dessa onda for de  $10 \text{ cm}$ , calcule seu deslocamento transversal a  $5,83 \text{ m}$  do barco.
- 7) Se a intensidade da radiação solar na Terra for de  $1,35 \times 10^3 \text{ W/m}^2$ , qual a intensidade da radiação solar no planeta Mercúrio, cuja distância do Sol é 0,387 vezes a distância do Sol à Terra?

## Referências

- Duran J. E. R., 2003, “Biofísica – Fundamentos e Aplicações”, Ed. Pearson.
- Okuno E., Caldas I.L. e Chow C., 1986, Física para ciências biológicas e biomédicas, Ed. Harbra
- Halliday D, Resnick R. e Walker J., Fundamentos de Física, Volume 1. Livros Técnicos e Científicos Editora SA - LTC, 8ª Ed., 2009.
- Heneine I. F., 2000, “Biofísica Básica”, Ed. Atheneu.