

Universidade do Vale do Paraíba
Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento
Programa de Pós-Graduação em Astronomia e Física

**Análise da atividade da estrela Kepler-71 utilizando trânsitos
planetários**

Eber Aparecido Gusmão

São José dos Campos, SP
2017

EBER APARECIDO GUSMÃO

**ANÁLISE DA ATIVIDADE DA ESTRELA KEPLER-71 UTILIZANDO
TRÂNSITOS PLANETÁRIOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia da Universidade do Vale do Paraíba, como complementação dos créditos necessários para obtenção do título de Mestre em Física e Astronomia.

Orientador: Prof. Dr. Caius Lucius Selhorst
Prof. Dr. Alexandre S. Oliveira

São José dos Campos, SP
2017

TERMO DE AUTORIZAÇÃO DE DIVULGAÇÃO DA OBRA

Ficha catalográfica

Gusmão, Eber Aparecido

Análise da atividade da estrela Kepler-71 utilizando trânsitos planetários / Eber Aparecido Gusmão; orientador, Caius Lucius Selhorst; co-orientador Alexandre Soares de Oliveira. - São José dos Campos, SP, 2017.

1 CD-ROM, 62 p.

Dissertação (Mestrado Acadêmico) - Universidade do Vale do Paraíba, São José dos Campos. Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia.

Inclui referências

1. Física e Astronomia. 2. Estrelas - Observações. I. Selhorst, Caius Lucius, orient. II. Oliveira, Alexandre Soares de, co-orient. III. Universidade do Vale do Paraíba. Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia. IV. Título.

Eu, Eber Aparecido Gusmão, autor(a) da obra acima referenciada:

Autorizo a divulgação total ou parcial da obra impressa, digital ou fixada em outro tipo de mídia, bem como, a sua reprodução total ou parcial, devendo o usuário da reprodução atribuir os créditos ao autor da obra, citando a fonte.

Declaro, para todos os fins e efeitos de direito, que o Trabalho foi elaborado respeitando os princípios da moral e da ética e não violou qualquer direito de propriedade intelectual sob pena de responder civil, criminal, ética e profissionalmente por meus atos.

São José dos Campos, 15 de Agosto de 2017.



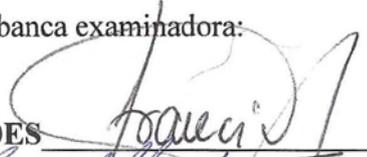
Autor(a) da Obra

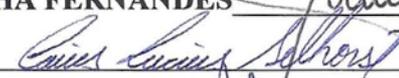
Data da defesa: _____ / _____ / _____

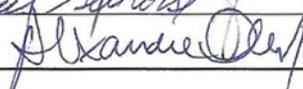
EBER APARECIDO GUSMÃO

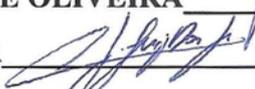
“ANÁLISE DA ATIVIDADE DA ESTRELA KEPLER-71 UTILIZANDO TRÂNSITOS PLANETÁRIOS.”

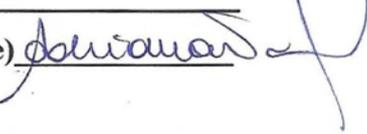
Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre, do Programa de Pós-Graduação em Física e Astronomia, do Instituto de Pesquisa e Desenvolvimento da Universidade do Vale do Paraíba, São José dos Campos, SP, pela seguinte banca examinadora:

PROF. DR. FRANCISCO CARLOS ROCHA FERNANDES 

PROF. DR. CAIUS LUCIUS SELHORST 

PROF. DR. ALEXANDRE SOARES DE OLIVEIRA 

PROF. DR. OLI LUIZ DORS JUNIOR 

PROF^a. DR^a. ADRIANA BENETTI MARQUES VALIO (Mackenzie) 

Prof. Dr. Leandro José Raniero

Diretor do IP&D – Univap

São José dos Campos, 29 de Maio de 2017.

“There are countless suns and countless earths all rotating around their suns in exactly the same way as the seven planets of our system. We see only the suns because they are the largest bodies and are luminous, but their planets remain invisible to us because they are smaller and non-luminous. The countless worlds in the universe are no worse and no less inhabited than our Earth”.

Giordano Bruno

On the Infinite Universe and Worlds, 1584

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Caius Lucius Selhorst, por ter aceitado o desafio de ensinar sobre detecção de manchas estelares.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Alexandre S. Oliveira pelo apoio e suporte nesta jornada.

As pessoas que eu amo ao qual tiveram compreensão e tolerância devido minha ausência nas horas de estudo e pesquisa.

Aos amigos da Pós-graduação que tornaram essa caminhada mais agradável. Em especial ao Matheus Soares Palhares e ao Brunno Ribeiro pela amizade e compartilhamento de ideias sobre o universo.

Ao apoio financeiro da CAPES e a Fundação Vale Paraibano de Ensino (FVE) que permitiram a realização do meu mestrado.

A UNIVAP e seus colaboradores, os quais me suportaram, direta ou indiretamente na minha formação.

ANÁLISE DA ATIVIDADE DA ESTRELA KEPLER-71 UTILIZANDO TRÂNSITOS PLANETÁRIOS

RESUMO: Um exoplaneta em trânsito na frente do disco de sua estrela-mãe pode ocultar uma mancha estelar causando uma mudança detectável na curva da luz, que permite inferir características físicas da mancha, como tamanho e intensidade. Analisamos as observações do telescópio espacial Kepler da estrela Kepler-71, com o objetivo de estudar as variações nas curvas de luz de 28 trânsitos. Kepler-71 é uma estrela do tipo G8V, com temperatura efetiva de 5591 ± 105 K, com $0,923 \pm 0,08 M_{\odot}$ e $0,816 \pm 0,39 R_{\odot}$ orbitada por um planeta tipo Júpiter quente Kepler-71b, com raio de $1,045 R_J$. Os parâmetros físicos das manchas estelares são determinados pelo ajuste dos dados em um modelo que simula trânsitos planetários e permite a inclusão de manchas na superfície estelar com diferentes tamanhos, intensidades e posições. Os resultados mostram que Kepler-71 é uma estrela muito ativa, com várias manchas detectadas, com um valor médio de 6 manchas por trânsito com tamanho médio de $0,6 \pm 0,13 R_p$ e temperatura média das manchas de 4739 ± 300 K.

Palavras-chave: Atividade Estelar; Manchas estelares; Sistemas planetários

ANALYSIS OF KEPLER-71 ACTIVITIES THROUGH PLANETARY TRANSIT

ABSTRACT: An exoplanet transiting in front of the disk of its parent star may hide a dark starspot causing a detectable change in the light curve, which allows inferring physical characteristics of the spot such as size and intensity. We have analyzed the Kepler Space Telescope observations of the star Kepler-71 in order to search for variabilities in 28 transit light curves. Kepler-71 is a solar-like star of type G8V, effective temperature of 5591 ± 105 K with $0.923 \pm 0.08 M_{\odot}$ and $0.816 \pm 0.39 R_{\odot}$ orbited by the hot Jupiter planet Kepler-71b with radius of $1.045 R_J$. The physical parameters of the starspots are determined by fitting the data with a model that simulates planetary transits and enables the inclusion of spots on the stellar surface with different sizes, intensities, and positions. The results show that Kepler-71 is a very active star, with several spot detections, with a mean value of 6 spots per transit with average size of $0,6 \pm 0,13 R_P$ and average starspots temperature of 4739 ± 300 K.

Key words. Stars: activity; Starspots; Planetary systems

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Foto do Sol obtida pelo satélite SDO (<i>Solar Dynamics Observatory</i>) da NASA, em luz branca, mostrando algumas manchas solares.	14
Figura 2: Exemplo de curva de luz de HAT-P-11 com trânsito planetário. A ilustração apresenta uma variação no fluxo de luz devido ao trânsito do exoplaneta.	15
Figura 3: Exemplo de curva de luz de HAT-P-11 com trânsito planetário (com manchas estelares). A ilustração representa uma estrela com o trânsito de seu exoplaneta ocultando as manchas estelares. Variações positivas na curva de luz (sobressalto apresentado dentro do retângulo azul) podem ser observadas e interpretadas como manchas na fotosfera.	16
Figura 4: – Esquema da Estrutura do Sol.....	21
Figura 5: – Imagem mostrando o fenômeno de granulação na fotosfera. Quadro da esquerda, uma imagem da fotosfera solar e quadro da direita, uma ampliação da imagem mostrando a granulação.	21
Figura 6 – Manchas Solares - Esta imagem mostra o disco solar visível em luz branca e uma imagem de uma mancha solar (quadro inferior esquerdo).	22
Figura 7: Esquema de formação das manchas solares.	23
Figura 8: Imagem do exoplaneta Fomalhaut b.	25
Figura 9: Velocidade radial medida pelo efeito Doppler.	26
Figura 10: Modelo e curva de luz de um trânsito planetário. A posição 1, representa o planeta fora da região do trânsito. Na posição 2, inicia-se o trânsito e conseqüentemente a redução da luminosidade vista por um observador na linha de visada. Na posição 3, representa o trânsito onde o planeta está por completo ocultando o disco estelar.	29
Figura 11: Geometria de um trânsito planetário.	29
Figura 12: Geometria da órbita planetária.	30
Figura 13: Quadro da esquerda, curva de luz de HD 209458b, obtida a partir do solo. Quadro da direita, curva de luz do mesmo planeta, obtida pelo Telescópio Espacial Hubble.	32
Figura 14: Ilustração do Telescópio Espacial Kepler.....	34
Figura 15: Curva de Luz de Kepler-71. No primeiro painel é apresentado 7 trânsitos (o retângulo azul é ampliado no painel inferior).	36
Figura 16: Geometria de observação do obscurecimento de limbo.	38
Figura 17: Imagem da estrela com escurecimento de limbo - 856 x 856 <i>pixels</i> ² . Quadro da esquerda sem o obscurecimento e da direita com o obscurecimento.	38
Figura 18: Trânsito de um planeta sem lua diante da estrela - 856 x 856 <i>pixels</i> ²	40
Figura 19: Simulação do trânsito.	41
Figura 20: Curva de luz de um trânsito com uma mancha estelar.	42
Figura 21: Curva de luz do trânsito número 12 de Kepler-71, mostrando a variação associada à ocultação das manchas no interior do trânsito, feita por uma média corrida de 10 pontos.	44
Figura 22: Curva de luz do trânsito número 12 – Simulada no modelo (magenta) x Observada (branco).	46

Figura 23: Simulação das manchas estelares e sua respectiva curva de luz modelada para o trânsito número 12. O quadro da esquerda representa a estrela Kepler-71 com suas manchas estimadas pelo processo. O quadro da direita representa a curva de luz simulada.	46
Figura 24: Histograma da quantidade de manchas estelares de Kepler-71.....	51
Figura 25: Histograma dos raios das manchas estelares de Kepler-71 em função do raio do planeta R_p	52
Figura 26: Histograma das intensidades (f_i) das manchas estelares de Kepler-71 em função da intensidade do centro do disco estelar I_c	53
Figura 27: Histograma das temperaturas das manchas estelares de Kepler-71.....	54
Figura 28: Histograma das longitudes das manchas estelares de Kepler-71. O valor de longitude zero corresponde ao centro da superfície visível da estrela.....	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de simulação para Kepler-71 e Kepler-71b.....	45
Tabela 2 – Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Tamanho das manchas (trânsito #1 à #28).....	47
Tabela 3 - Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Intensidade das manchas (trânsito #1 à #28).....	47
Tabela 4 – Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Distância do centro da mancha à linha de trânsito (trânsito #1 à #28).	49
Tabela 5 – Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Posição à vista da longitude (trânsito #1 à #28).....	50
Tabela 6 – Comparação de resultados obtidos com outras estrelas.....	57

LISTA DE ABREVIATURA E SIGLAS

a_p	–	Semi-eixo maior da órbita planetária
CCD	–	<i>Charge Coupled Device</i>
dd	–	Distância do centro à linha de trânsito
ESA	–	<i>European Space Agency</i>
f_a	–	Tamanho da Mancha
ff_i	–	Intensidade da Mancha
lc	–	Fração da intensidade da mancha estelar em relação a intensidade do centro do disco estelar
IDL	–	<i>Interactive Data Language</i>
inc	–	Ângulo de inclinação do plano orbital
$longs$	–	Posição vista da longitude
MAST	–	<i>Mikulski Archive for Space Telescopes</i>
M_{\odot}	–	Massa do Sol
M^*	–	Massa da Estrela
NASA	–	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
P	–	Período da órbita planetária
P_R	–	Período de Rotação
R_J	–	Raio de Júpiter
R_p	–	Raio do Planeta
R_{\odot}	–	Raio do Sol
R^*	–	Raio da Estrela
SDO	–	<i>Solar Dynamics Observatory</i>
SOHO	–	<i>Solar and Heliospheric Observatory</i>

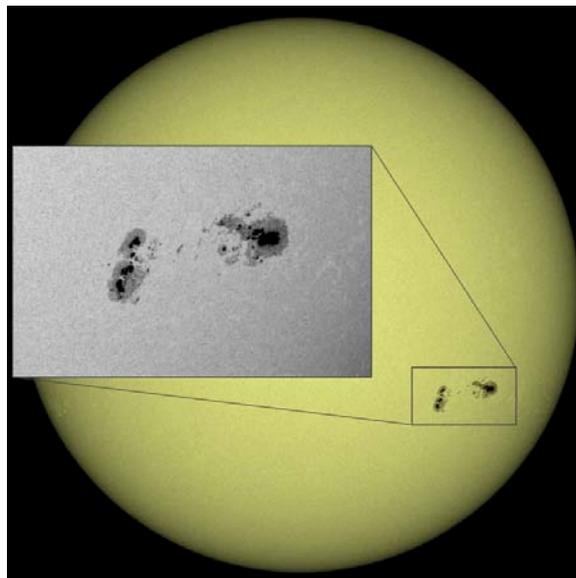
SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	ESTRUTURA SOLAR E ESTELAR	17
2.1	Estrutura Estelar.....	18
2.2	Manchas Solares.....	22
3	EXOPLANETAS	24
3.1	Métodos de Detecção de Exoplanetas	25
3.2	Velocidade Radial	26
3.3	Trânsito Planetário	28
4	OBTENÇÃO DOS DADOS	33
4.1	A Missão Científica Kepler	33
4.2	A Estrela Kepler-71 e seu planeta Kepler-71b	35
5	O MODELO PARA DETECCÃO DE MANCHAS ESTELARES	36
5.1	Estrela e Escurecimento de Limbo.....	37
5.2	Parâmetros Estelares.....	39
5.3	Parâmetros Planetários.....	40
5.4	Simulação do Trânsito.....	40
6	ANÁLISE DA ATIVIDADE DE KEPLER-71 E RESULTADOS.....	42
6.1	Parâmetros da Simulação	44
6.2	Parâmetros das Manchas Estelares.....	45
6.3	Parâmetros Físicos das Manchas Estelares de Kepler 71	46
6.3.1	Quantidade de Manchas Estelares.....	50
6.3.2	Raio das Manchas Estelares.....	51
6.3.3	Intensidade e Temperatura das Manchas Estelares	52
6.3.4	Longitude das Manchas Estelares.....	55
7	DISCUSSÕES E CONCLUSÕES.....	56
	REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

Há mais de 2 mil anos, manchas solares já são reportadas pelos chineses, mas seu estudo científico iniciou-se com a criação do telescópio. As manchas na superfície do Sol foram primeiro observadas com auxílio de um telescópio por Galileu há quatro séculos. Conforme apresentadas na Figura 1, as manchas são regiões mais frias da fotosfera, ou seja, possuem temperaturas menores comparadas com a temperatura média da fotosfera solar. Elas possuem forte concentração de campos magnéticos e é o local onde a maioria das atividades, tais como erupções solares, ocorrem. Além disso, as manchas solares são assinaturas importantes da natureza cíclica da estrela.

Figura 1: Foto do Sol obtida pelo satélite SDO (*Solar Dynamics Observatory*) da NASA, em luz branca, mostrando algumas manchas solares.



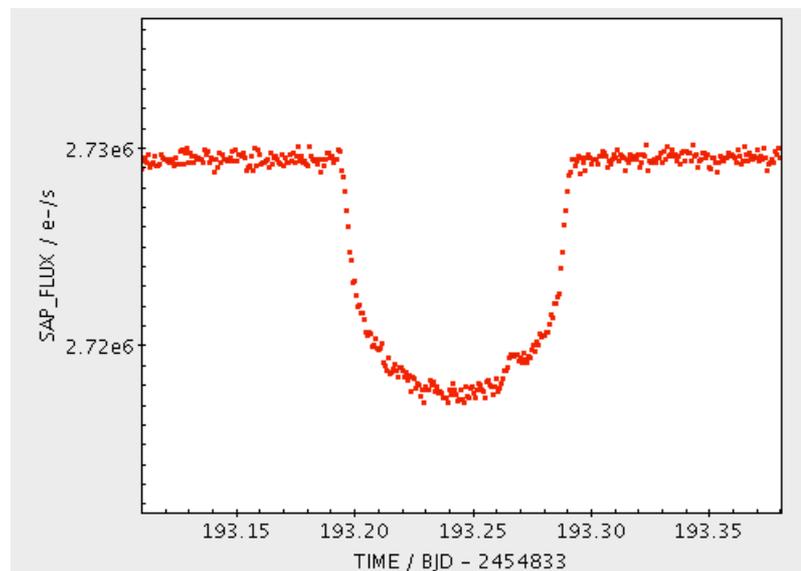
Fonte: Adaptado de Solar Dynamics Observatory (2016)

Acredita-se que outras estrelas também compartilham dessa mesma atividade. Entretanto, não é possível observar diretamente manchas semelhantes sobre a superfície de outras estrelas, devido à distância que se encontram.

Nos dias atuais, existem satélites científicos, como por exemplo o CoRoT (*Convection, Rotation and planetary Transits*) e o Kepler, que realizam observações fotométricas, possibilitando a descoberta e observação de trânsitos planetários por

meio das variações observadas na curva de luz da estrela. O trânsito produz uma variação (redução do fluxo) na curva de luz, conforme apresentado na Figura 2, evidenciando a existência de um exoplaneta e, conseqüentemente, de um sistema planetário.

Figura 2: Exemplo de curva de luz de HAT-P-11 com trânsito planetário. A ilustração apresenta uma variação no fluxo de luz devido ao trânsito do exoplaneta.



Fonte: O autor

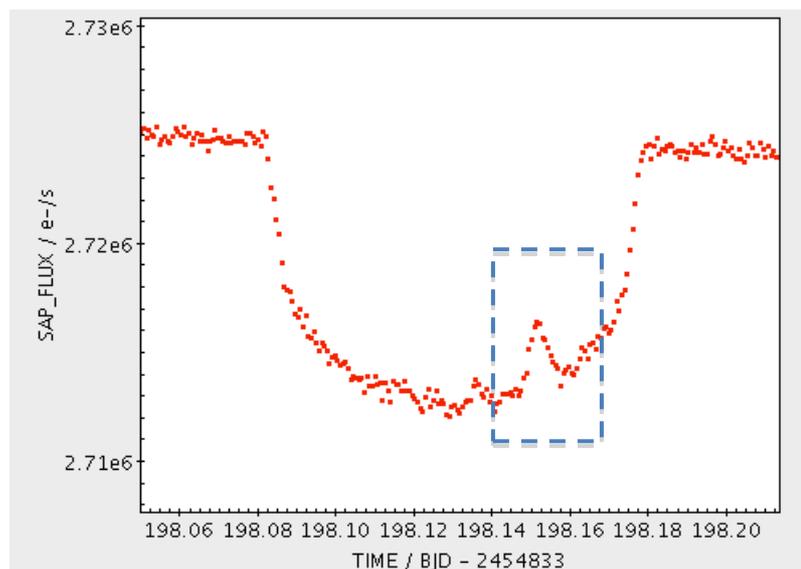
Pode-se utilizar esta técnica para estudar as manchas estelares. Um planeta em trânsito também pode ser usado como uma sonda, expondo as características contrastantes na fotosfera da estrela que este orbita. Quando o planeta oculta uma mancha estelar na superfície de sua estrela-mãe, pequenas variações positivas na curva de luz (sobressaltos) podem ser detectadas (Figura 3) e interpretadas como manchas na fotosfera (SILVA, 2003). Variações na curva de luz devido ao trânsito de seu exoplaneta sobre manchas estelares também podem ser utilizadas para outros estudos relativos a estimativas da rotação estelar, como por exemplo a HAT-P-11 (SANCHIS-OJEDA; WINN, 2011), inclinação orbital (PONT et al., 2007) e estimativa da rotação estelar por meio da detecção de manchas estelares (SILVA-VALIO, 2008).

Pode-se citar, como exemplo, as variações periódicas na curva de luz da estrela T Tauri, cujos resultados foram interpretados como manchas na fotosfera

(BOUVIER; BERTOUT, 1989; BOUVIER; BERTOUT; BOUCHET, 1988; HERBST; KORET, 1988). Manchas também podem estar presentes nas estrelas do tipo RS CVn (HATZES, 1995; AMADO et al., 2001). Manchas estelares podem estar presentes em até 30% da superfície de estrelas, valores verificados pelo estudo e modelagem de curva de luz (SAAR, 1990). Entretanto, a maioria das detecções de manchas em outras estrelas foram realizadas por métodos indiretos, como por exemplo, variações nas curvas de luz.

Utilizando os satélites das missões científica Kepler e CorOT, foram detectados vários sistemas planetários pelo método de trânsito de seu exoplaneta. Ao modelar essas variações, as propriedades das manchas estelares tais como tamanho, posição, intensidade e temperatura podem ser determinadas (SILVA-VALIO et al., 2010).

Figura 3: Exemplo de curva de luz de HAT-P-11 com trânsito planetário (com manchas estelares). A ilustração representa uma estrela com o trânsito de seu exoplaneta ocultando as manchas estelares. Variações positivas na curva de luz (sobressalto apresentado dentro do retângulo azul) podem ser observadas e interpretadas como manchas na fotosfera.



Fonte: O autor

A motivação para o estudo de manchas estelares é obter um maior entendimento do comportamento das manchas solares em um período diferente do contemporâneo. Este trabalho tem por objetivo determinar as propriedades das

manchas estelares (tamanho, posição, intensidade e temperatura) de Kepler-71 por meio do método do trânsito planetário.

2 ESTRUTURA SOLAR E ESTELAR

As estrelas estão muito distantes para uma observação direta de sua fotosfera. O Sol é a base para o conhecimento das demais estrelas. Estrelas se formam a partir da condensação de grandes nuvens de moléculas. Essas nuvens extensas são formadas por moléculas simples, formada principalmente por H (Hidrogênio) e He (Hélio), com $\sim 92\%$ e $\sim 8\%$, respectivamente. A atração gravitacional é equilibrada pela pressão, turbulência e campo magnético, mantendo a estrutura da nuvem. Quando a nuvem é perturbada por um fator externo, inicia-se um processo de contração, formando uma região mais densa. A densidade no núcleo da nuvem aumenta com o acréscimo de massa, elevando a temperatura e mantendo o objeto central cada vez mais denso. O resultado é um objeto formado por um núcleo denso, que será a estrela (LANG, 2009).

As estrelas são esferas auto gravitantes de gás ionizado, que possuem como fonte de energia a transmutação de elementos químicos por meio das reações termonucleares em seu núcleo. Essas reações consistem basicamente na fusão nuclear de hidrogênio em hélio e, posteriormente, em elementos mais pesados. As estrelas têm massas entre 0,08 e 100 vezes a massa do Sol ($M_{\odot} = 1,9891 \times 10^{30}$ kg) e temperaturas efetivas entre 2.500 K e 30.000 K.

2.1 Estrutura Estelar

A estrutura interna de uma estrela é determinada por cinco aspectos: a energia produzida e seu transporte, equilíbrios hidrostático e térmico, e opacidade.

A energia das estrelas é produzida por fusão termonuclear. Durante a maior parte da existência da estrela, na chamada sequência principal, ocorrem reações de fusão de hidrogênio em hélio.

O transporte de energia é a maneira pela qual a energia é transportada da região interna para a externa da estrela e é fator determinante para a temperatura externa e cor da estrela. Há três formas de se transportar energia de um ponto a outro em um meio: condução, radiação e convecção. Condução representa o transporte de energia por colisões entre as partículas do meio (as mais energéticas tendem a perder energia para as menos energéticas, transportando assim energia de um meio mais quente para outro mais frio). Este mecanismo é pouco comum nos interiores estelares.

A energia gerada é transportada por fótons que saem do núcleo e são absorvidos e reemitidos milhares de vezes em seu caminho até a superfície solar, cada vez com uma energia um pouco menor. Esse trajeto, dominado pela radiação se estende do núcleo até $\sim 70\%$ do raio solar e é denominado zona radiativa. Nela, a temperatura decresce de 7×10^6 K para 2×10^6 K.

Ao atingirem cerca de $70\% R_{\odot}$, o plasma local deixa bruscamente de ter uma rotação uniforme e passa para uma rotação diferencial. Acredita-se que essa região de transição, denominada tacoclina, é responsável pela rotação diferencial da superfície solar (MIESCH, 2005).

Com o decréscimo da temperatura para 2×10^6 K, considerada relativamente fria em relação à camada radiativa, torna-se possível a formação de íons de H, C, N, O e Fe. Isso torna o material mais opaco e impede o livre fluxo da radiação. Dessa forma, o calor é aprisionado ao plasma que o torna instável, no qual começa a ser transportado por convecção. Neste caso, a energia térmica é transportada pelo movimento turbulento do próprio gás das regiões mais quentes para as mais frias. Ao chegar à superfície da estrela, as bolhas formadas no movimento convectivo liberam energia (LANG, 2009).

O equilíbrio hidrostático mantém o tamanho da estrela estável. Isso implica que a pressão de radiação do interior da estrela compensa a pressão gravitacional.

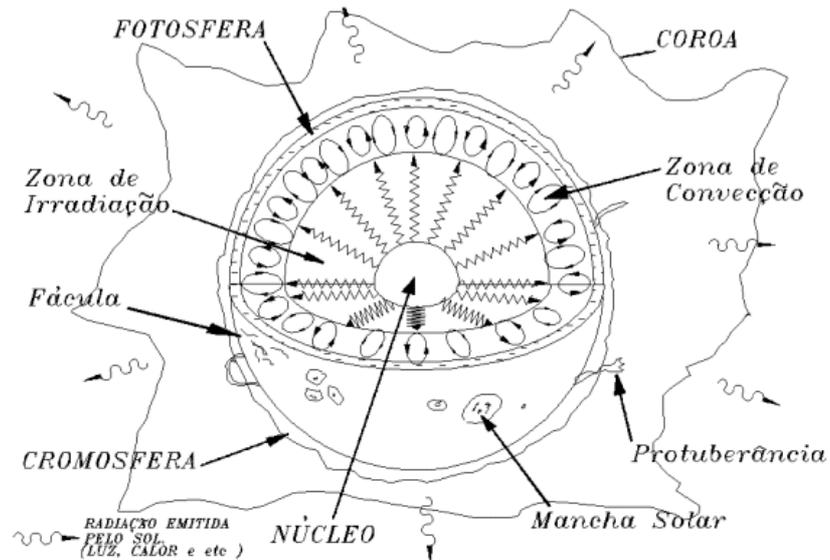
O equilíbrio térmico se refere à energia produzida na região central da estrela a partir de reações termonucleares e é igual à energia que a estrela perde na forma de radiação eletromagnética.

Esses 5 aspectos, descrevem como energia é produzida e transportada à superfície da estrela e como ela determina sua estrutura interna (Figura 4).

No núcleo do Sol possui um raio de cerca de 25% do raio solar R_{\odot} (LANG, 2009) as temperaturas são de cerca de 15 milhões Kelvin. A zona radiativa na qual a energia é transportada pela radiação possui tamanho entre 25% a 70% R_{\odot} . A zona convectiva se estende de 70% R_{\odot} até a superfície visível do Sol, a fotosfera.

A fotosfera produz a maior parte do espectro visível do Sol e tem origem em uma camada com cerca de 1.000 km de extensão, em que a temperatura de cerca de 5.800 K diminui gradativamente até atingir o valor mínimo de ~ 4500 K (FONTENLA et al., 1993). Acima, encontra-se a camada da atmosfera solar denominada cromosfera, onde a temperatura local inverte a tendência anterior e passa a apresentar um gradiente positivo de temperatura, atingindo cerca 10.000 K na base da região de transição. Nesta região de transição, a temperatura aumenta rapidamente de $\sim 10^4$ K para $\sim 10^6$ K em apenas 200 km. Acima da cromosfera, se encontra a coroa, a qual se caracteriza por ser pouco homogênea, possuir baixa densidade e alta temperatura $\sim 4 \times 10^6$ K. A coroa solar se estende por vários raios solares e seu material se espalha por todo o Sistema Solar através do vento solar.

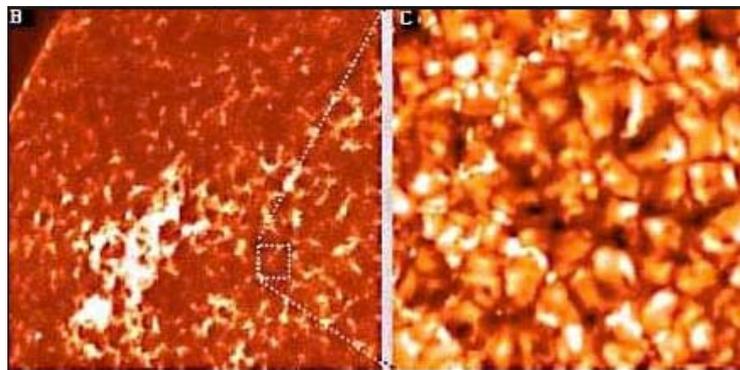
Figura 4: Esquema da Estrutura do Sol.



Fonte: Centro de Divulgação Científica/USP

A fotosfera de uma estrela possui aparência de um líquido em ebulição, cheia de grânulos (Figura 5). Esse fenômeno é denominado granulação fotosférica. Essa granulação é temporalmente variável e definem os topos das colunas convectivas de gás quente, que são oriundas da zona convectiva. As regiões escuras entre os grânulos são regiões onde o gás mais frio e mais denso escorre para baixo.

Figura 5: Imagem mostrando o fenômeno de granulação na fotosfera. Quadro da esquerda, uma imagem da fotosfera solar e quadro da direita, uma ampliação da imagem mostrando a granulação.

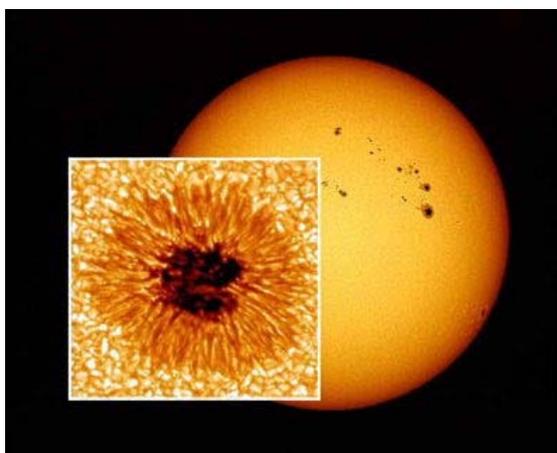


Fonte: Oliveira Filho e Saraiva (2017)

2.2 Manchas Solares

Manchas solares (Figura 6) são fenômenos fotosférico do Sol. Essas manchas são regiões irregulares que aparecem mais escuras do que a fotosfera circundante (SAAR, 1990).

Figura 6 – Manchas Solares - Esta imagem mostra o disco solar visível em luz branca e uma imagem de uma mancha solar (quadro inferior esquerdo).



Fonte: Adaptado de *SOHO – NASA 2016*
<https://goo.gl/images/3DANWj>

A atmosfera solar é permeada por campos magnéticos que são gerados na taoclina (interior do Sol). A presença de manchas solares está relacionada com a existência desses campos magnéticos. O campo magnético inibe o processo convectivo, restringindo o fluxo de saída de energia e calor a partir do interior solar, mantendo as manchas solares mais frias e, conseqüentemente, mais escuras do que os seus arredores (Figura 7).

de manchas em outras estrelas foram realizadas por métodos indiretos, como por exemplo, variações nas curvas de luz.

Estrelas da mesma classe espectral de Kepler-71 também possuem manchas estelares, como por exemplo: a estrela CoRoT-2 (SILVA-VALIO et al. 2010), Kepler-17 (VALIO et al. 2017) e Kepler-63 (ESTRELA; VALIO, 2016).

3 EXOPLANETAS

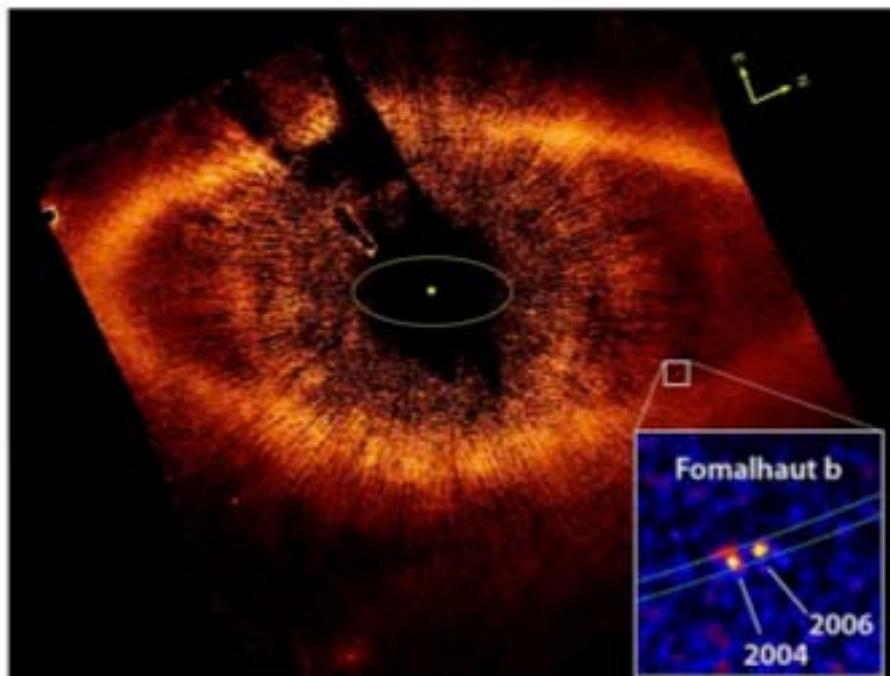
Exoplaneta ou planeta extra-solar é um planeta que possui sua órbita em uma estrela que não seja o Sol e, portanto, faz parte de um sistema planetário distinto do Sistema Solar. A detecção de exoplanetas apresenta uma série de dificuldades, como por exemplo, a grande distância da Terra e seu tamanho reduzido (HOWELL et al., 2010).

3.1 Métodos de Detecção de Exoplanetas

Atualmente, existem algumas técnicas para detecção de exoplanetas, que estão divididas em dois grupos: (a) detecção direta e (b) detecção indireta.

- (a) - Detecção direta significa detectar fótons provenientes diretamente do exoplaneta, podemos citar as técnicas de: coronografia (Figura 8), ótica adaptativa e interferometria.

Figura 8: Imagem do exoplaneta Fomalhaut b.



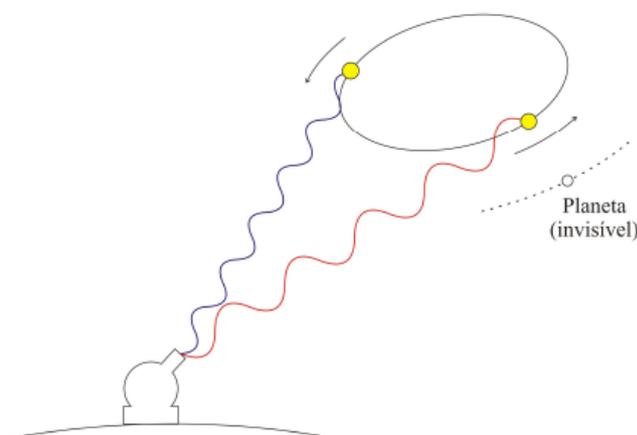
Fonte: NASA – Telescópio Espacial Hubble

- (b) - Detecção indireta estuda a influência que o planeta exerce sobre a estrela. Esta influência pode ser verificada de duas maneiras: pelo movimento da estrela ou por fótons provenientes da estrela utilizando a fotometria. A influência gravitacional no movimento da estrela pode ser medida por astrometria, variações de velocidade radial ou variações nos períodos de pulsares. No caso da fotometria, pode-se medir por trânsitos planetários ou por lentes gravitacionais. A técnica de trânsitos planetários é a utilizada neste trabalho.

3.2 Velocidade Radial

A velocidade radial utiliza o efeito Doppler para medir a velocidade da estrela ao longo da linha de visada (Figura 9). Com a estrela em movimento radial em relação à Terra, o seu espectro é deslocado de uma quantidade proporcional à velocidade da fonte. Se a fonte se desloca em direção à Terra, a radiação é desviada em direção ao azul (comprimentos de onda menores); se o deslocamento for no sentido contrário, o desvio ocorre para o vermelho (comprimentos de onda maiores).

Figura 9: Velocidade radial medida pelo efeito Doppler.



Fonte: Adaptado de Tusnski (2011).

O efeito Doppler estabelece que a frequência f observada de uma fonte é determinada pela Equação 3.1:

$$f = \left(\frac{v + v_{obs}}{v + v_s} \right) f_s , \quad (3.1)$$

onde f_s é a frequência emitida pela fonte, v é a velocidade da onda no meio, v_{obs} é a velocidade do receptor em relação ao meio e v_s é a velocidade da fonte em relação ao meio.

No caso de ondas eletromagnéticas, e considerando que a velocidade da fonte é muito menor do que a velocidade da luz, a variação da frequência é determinada pela Equação 3.2:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V_r}{c} , \quad (3.2)$$

onde V_r é a velocidade radial da estrela ao longo da linha de visada. Esta Equação determina o deslocamento das linhas espectrais ($\Delta\lambda$) podendo se calcular a velocidade da estrela ao longo da linha de visada.

Se a estrela possuir um planeta em órbita, a sua velocidade radial irá oscilar com semi-amplitude K , descrita pela Equação 3.3:

$$K = \frac{2\pi}{P} \frac{a_* \sin(i)}{\sqrt{1 - e^2}} , \quad (3.3)$$

onde a_* é o semi-eixo orbital da estrela, i ângulo de inclinação orbital, P período orbital do planeta e e excentricidade orbital do planeta.

A partir da variação da velocidade, pode-se obter o período e a excentricidade do movimento da estrela. Com isso, utilizando a Terceira Lei de Kepler, pode-se

determinar o produto da massa planetária pelo seno do ângulo da inclinação orbital pela Equação 3.

$$m_p \sin(i) = \left(\frac{P}{2\pi G}\right)^{\frac{1}{3}} K m_*^{\frac{2}{3}} \sqrt{1 - e^2}, \quad (3.4)$$

onde m_p é a massa planetária, G a Constante Gravitacional Universal e m_* a massa da estrela.

O método das velocidades radiais possui a limitação de não fornecer a massa planetária, mas o produto $m_p \sin(i)$. Esse produto indica um limite inferior para a massa planetária. Se a inclinação orbital for determinada por outro método, como o método de trânsitos (apresentado na seção seguinte), então pode-se encontrar a massa do planeta.

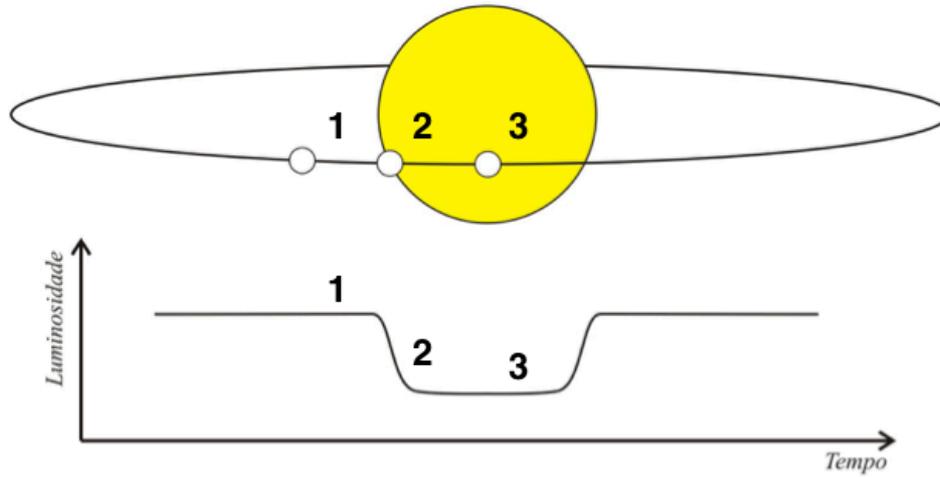
3.3 Trânsito Planetário

Dentre as técnicas existentes, foi utilizado como base para nosso trabalho o método de detecção dos trânsitos planetários por meio da fotometria. A descrição abaixo foi adaptada do trabalho de Tusnski (2011).

Quando um planeta passa diante de sua estrela e é visto por um observador, o evento é chamado de trânsito. Este método é aplicável apenas para sistemas vistos de perfil da Terra. O exoplaneta eclipsa sua estrela-mãe causando uma variação na curva de luz devido à diminuição do fluxo de fótons ocasionado pelo eclipse Figura 10.

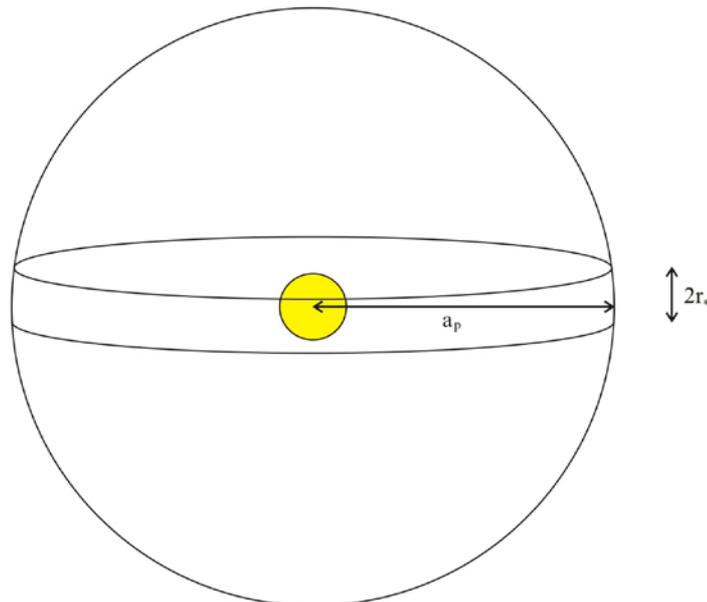
A redução relativa do brilho causada pelo trânsito permite a determinação do raio do planeta, periodicidade e duração dos trânsitos, e a distância entre o planeta e a estrela.

Figura 10: Modelo e curva de luz de um trânsito planetário. A posição 1, representa o planeta fora da região do trânsito. Na posição 2, inicia-se o trânsito e consequentemente a redução da luminosidade vista por um observador na linha de visada. Na posição 3, representa o trânsito onde o planeta está por completo ocultando o disco estelar.



Fonte: Adaptado de Tusnski (2011)

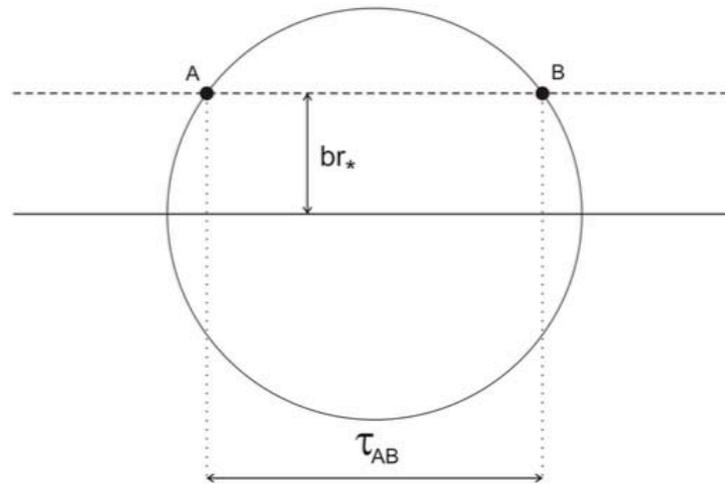
Figura 11: Geometria de um trânsito planetário.



Fonte: Adaptado de Tusnski (2011)

Para calcular a duração do trânsito, foi utilizado a representação da Figura 11, que descreve a geometria da órbita planetária representada pelo cilindro de altura $2r_*$ e raio a_p , onde r_* é o raio da estrela e a_p é o semi-eixo orbital do planeta. As órbitas planetárias são consideradas circulares (Figura 12).

Figura 12: Geometria da órbita planetária.



Fonte: Adaptado de Tusnski (2011)

O tempo necessário para o planeta transladar o segmento AB (Figura 12) é denominado tempo de trânsito, onde i representa a inclinação orbital em relação à linha de visada e b é o parâmetro de impacto. Esse parâmetro é definido pela Equação 3.5:

$$br_* = a_p \cos(i) , \quad (3.5)$$

e o comprimento da corda AB é dado pela Equação 3.6:

$$l = 2r_* \sqrt{1 - b^2} , \quad (3.6)$$

A velocidade do planeta, em órbita circular, é determinada pelo Equação 3.7:

$$v = \frac{2\pi a_p}{P}, \quad (3.7)$$

O tempo de trânsito é dado pela Equação 3.8 e é a Equação 3.6, dividido pela velocidade v . Fazendo a divisão, e utilizando a Terceira Lei de Kepler para escrever o tempo de trânsito em função do período orbital do planeta P e considerando a massa planetária desprezível diante da massa da estrela, obtemos:

$$\tau = \frac{2r_*\sqrt{1-b^2}}{(Gm_*)^{1/3}(2\pi)^{2/3}} P^{1/3}, \quad (3.8)$$

A Equação 3.8 pode ser simplificada, se tomarmos P em dias, massa da estrela m_* e raio da estrela r_* em unidades solares, conforme apresentado na Equação 3.9:

$$\tau = 1,8\sqrt{1-b^2} \frac{\left(\frac{r_*}{R_\odot}\right)}{\left(\frac{m_*}{M_\odot}\right)^{1/3}} \cdot \left(\frac{P}{1 \text{ dia}}\right)^{1/3}, \quad (3.9)$$

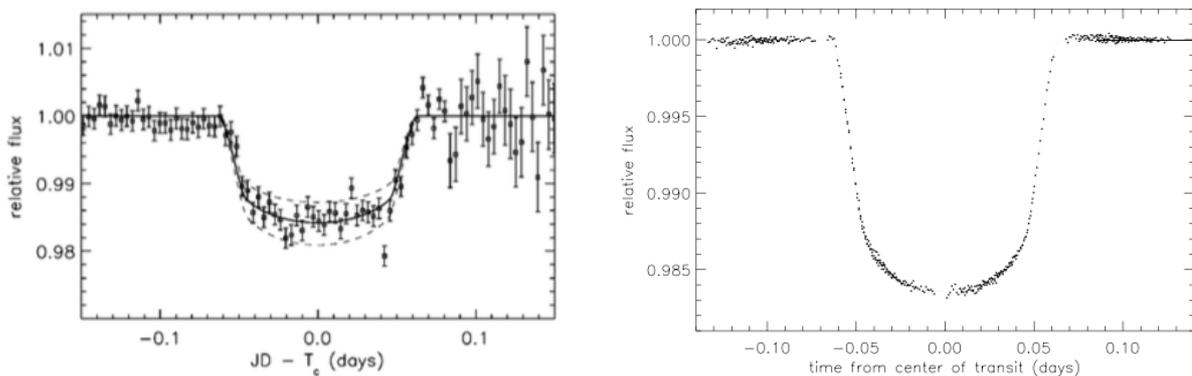
A amplitude da diminuição da luminosidade durante o trânsito $\Delta F/F$ pode ser considerada, em primeira aproximação, como a razão das superfícies aparentes da estrela e do planeta. Assim, a amplitude da diminuição é dada pela Equação 3.10:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{r_p^2}{r_*^2}, \quad (3.10)$$

Dessa forma, um planeta semelhante a Júpiter causa uma diminuição relativa de apenas 1% no brilho de uma estrela como o Sol, enquanto que um planeta semelhante à Terra, 0,01%. Portanto, o método dos trânsitos planetários exige fotometria de alta precisão para detectar planetas pequenos. No caso de Júpiter, a fotometria deve ter precisão de menos de 1%, enquanto que para a Terra, $10^{-5}\%$.

No caso de planetas gigantes gasosos, o trânsito pode ser observado inclusive por telescópios no solo. Na Figura 13, é apresentada o trânsito do planeta HD 209458b observado primeiramente da Terra (CHARBONNEAU et al., 2000), para depois ser observado do espaço (BROWN et al., 2001).

Figura 13: Quadro da esquerda, curva de luz de HD 209458b, obtida a partir do solo. Quadro da direita, curva de luz do mesmo planeta, obtida pelo Telescópio Espacial Hubble.



Fonte: Charbonneau et al. (2000) e Brown et al. (2001)

Atualmente, o método do trânsito planetário é considerado complementar ao da velocidade radial. Os dois métodos juntos permitem a determinação dos principais parâmetros físicos e orbitais do planeta, tais como:

- a) Ângulo de inclinação orbital – medido pelo trânsito planetário;
- b) Raio do planeta a partir da diminuição do brilho relativo – medido pelo trânsito planetário;
- c) Massa – medido pela velocidade radial da estrela e
- d) densidade – diferencia um planeta gasoso de um rochoso.

Este método do trânsito planetário também permite estudos sobre manchas estelares e escurecimento de limbo estelar (MULLER et al., 2013).

4 OBTENÇÃO DOS DADOS

4.1 A Missão Científica Kepler

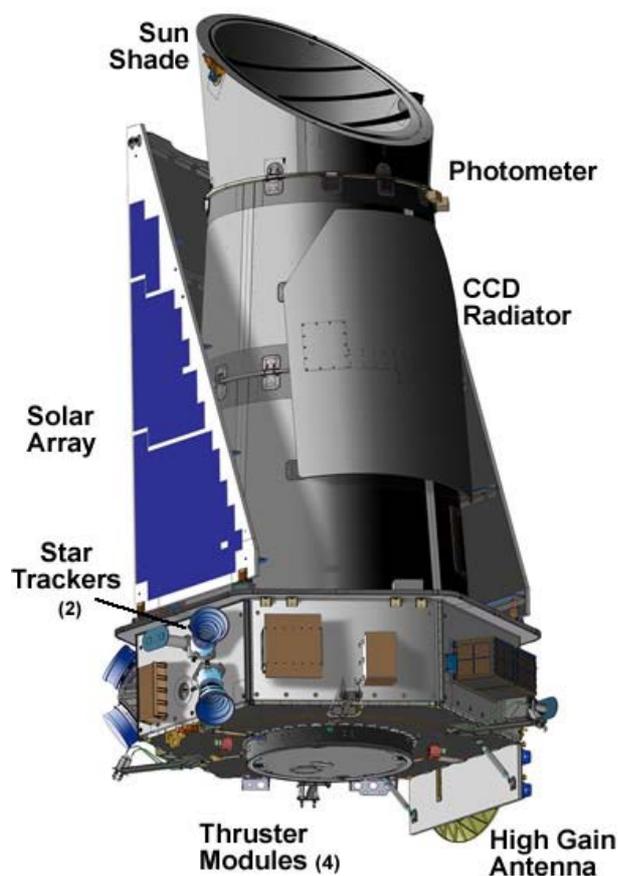
A Missão Científica Kepler é uma missão da NASA. O telescópio Kepler foi lançado em 2009, e até o momento foram detectados 2330 exoplanetas (www.kepler.nasa.gov, em 15 de março de 2017). A Missão Científica Kepler foi desenvolvida para observar por um período de no mínimo 3,5 anos (HOWELL et al., 2010). A NASA estendeu a missão com base na oportunidade de novas descobertas científicas. O objetivo científico da missão é explorar a estrutura e a diversidade de sistemas planetários com foco nas seguintes áreas de concentração:

1. determinar a abundância de planetas próximos à zona habitável de uma estrela;
2. determinar a distribuição de tamanhos e formas das órbitas desses planetas;
3. estimar quantos planetas existem em sistemas múltiplos de estrelas;
4. determinar a variedade de órbitas, tamanhos, massas e densidades de planetas gigantes com pequenos períodos orbitais;
5. identificar membros adicionais de cada sistema planetário; e
6. determinar as propriedades dessas estrelas que abrigam sistemas planetários.

As principais características do telescópio espacial Kepler (Figura 14) são:

- Fotômetro: 0,95 m abertura;
- Espelho primário: 1,4 m de diâmetro;
- Detector: 95 mega *pixels* (21 módulos cada com dois CCDs 2200 x1 024 *pixel*).

Figura 14: Ilustração do Telescópio Espacial Kepler.



Fonte: Adaptado de *Kepler.Nasa.Gov*

Existem outros telescópios espaciais dedicados à observação de trânsitos de exoplanetas, como por exemplo o CoRoT (*Convection, Rotation and planetary Transits* - <http://sci.esa.int/corot> (AUVERGNE et al., 2009)). Os dados do telescópio espacial Kepler foram utilizados devido ao grande volume de planetas recém descobertos.

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos das observações do telescópio espacial Kepler no período de 2010 a 2013. Os dados das curvas de luz são de domínio público e encontram-se hospedados no portal da NASA denominado MAST, sigla em inglês para *The Mikulski Archive for Space Telescopes* (<https://mast.stsci.edu>).

4.2 A Estrela Kepler-71 e seu planeta Kepler-71b

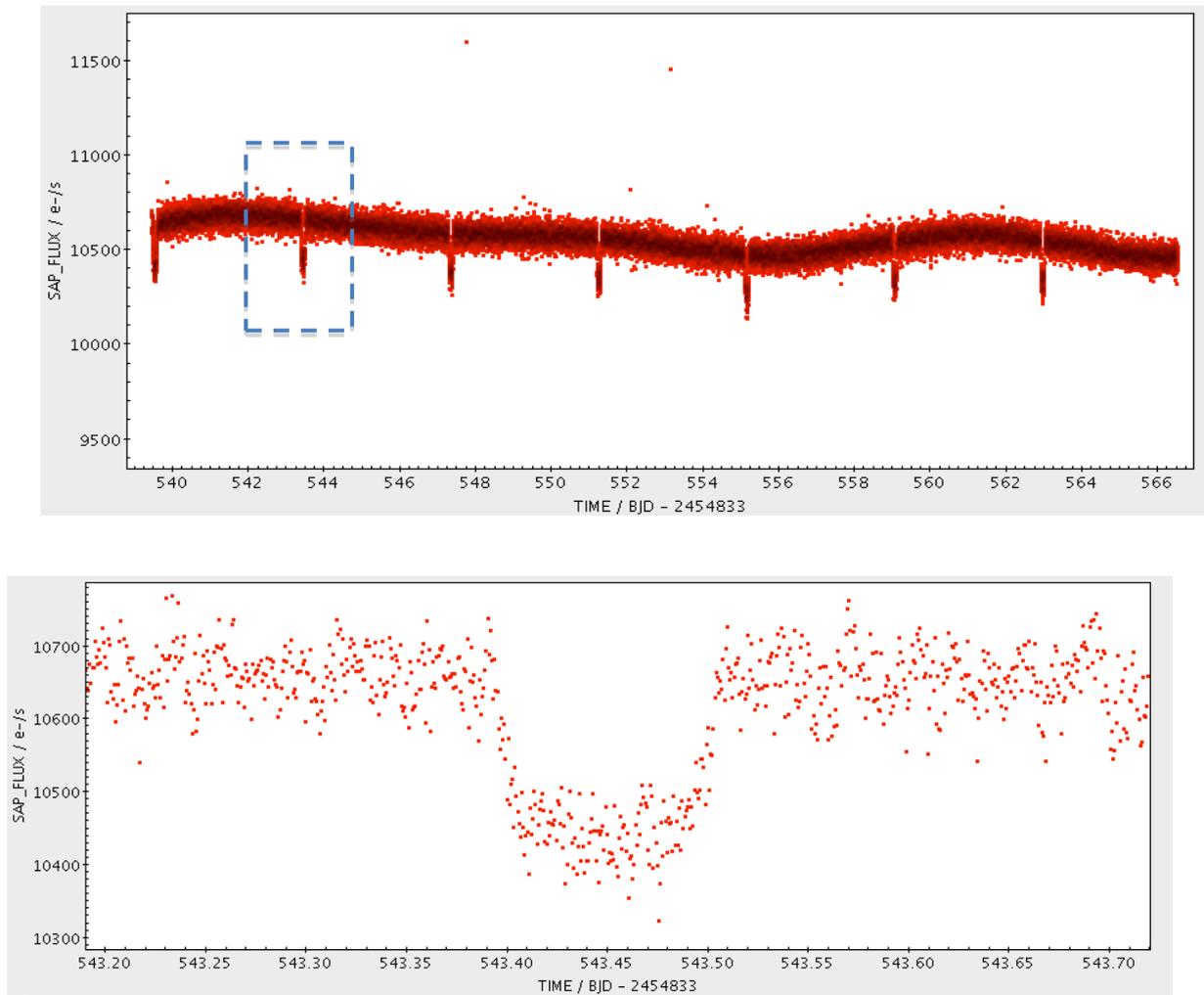
Para este trabalho, foi selecionado a estrela Kepler-71 (denominado também como KID 9595827, KOI-217 e BOKS-1), dentre muitas estrelas com curvas de luz disponíveis no banco de dados do Kepler, devido à sua cobertura temporal, com 16 curvas de luz e 113 trânsitos observados em 28 dias de observação para cada curva de luz, com frequência média de amostragem de 8 trânsitos por curva de luz. Os critérios de seleção foram: resolução temporal dos dados e a relação sinal/ruído. Dentre os 6 alvos que satisfizeram os critérios de seleção, Kepler-71 foi escolhido arbitrariamente.

As informações e características do planeta e da estrela Kepler-71 foram obtidos da *Nasa Exoplanet Archive* (http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/cgi-bin/DisplayOverview/nph-DisplayOverview?objname=KOI-217+b&type=CONFIRMED_PLANET). Kepler-71 é uma estrela do tipo G8V ± uma subclasse (HOWELL et al., 2010) com magnitude aparente de $13,47 \pm 0,04$, banda K, massa de $0,95 \pm 0,08 M_{\odot}$ e raio $0,86 \pm 0,39 R_{\odot}$. Possui uma temperatura efetiva de $5545 \pm 105,0$ K e um sistema planetário com um planeta detectado, através de trânsito planetário. Este planeta é o Kepler-71b, com raio de $1,11 \pm 0,5 R_{J}$ e período orbital de $3,905 \pm 7,2 \times 10^{-05}$ JD. Tem como semieixo maior 0,047AU, e inclinação de 89,8 graus.

No total, foram obtidos 113 trânsitos pelo telescópio Kepler. Para o estudo foram utilizados 28 trânsitos no período entre 2010 e 2013, com resolução temporal de 58 s, que possibilita a construção de uma curva de luz na qual seja possível a identificação das manchas estelares (Figura 15). Esta quantidade de trânsitos foi selecionada por ser suficiente para detecção das manchas e devido à estrela possuir muita atividade conforme demonstrado na curva de luz.

As curvas de luz podem ser visualizadas pelo programa *TOPCAT – Tool for Operations on Catalogues and Tables* (TAYLOR, 2013)

Figura 15: Curva de Luz de Kepler-71. No primeiro painel é apresentado 7 trânsitos (o retângulo azul é ampliado no painel inferior).



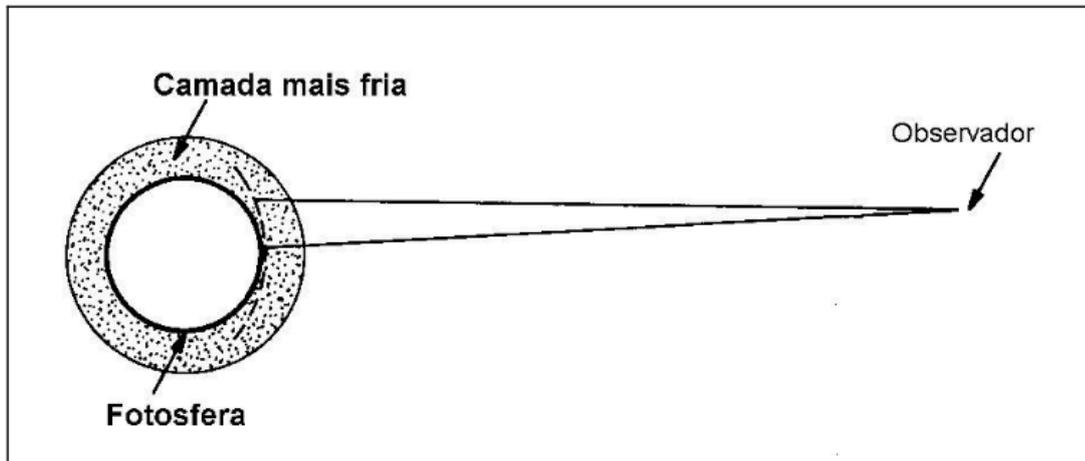
5 O MODELO PARA DETECÇÃO DE MANCHAS ESTELARES

O modelo para detecção de mancha estelares foi desenvolvido em IDL (*Interactive Data Language*) (LANDSMAN, 1993) e é baseado nos trabalhos de Silva (2003) e Silva-Válio (2008). Este modelo é baseado na técnica de trânsito planetário utilizando o exoplaneta como uma sonda para o estudo das manchas estelares por meio da curva de luz. Pela análise de variações de pequena amplitude nas curvas de luz dos trânsitos, é possível detectar e caracterizar manchas na superfície da estrela. O modelo utiliza trânsitos planetários simulados sobrepostos a manchas com tamanhos, temperaturas e posições variáveis, e o ajuste dos modelos aos dados observacionais permite determinar estes parâmetros das manchas e também sua evolução temporal, dado que os dados do Kepler têm longa duração e são contínuos. Os parâmetros de entrada da modelagem são descritos detalhadamente a seguir.

5.1 Estrela e Escurecimento de Limbo

Uma matriz bidimensional é utilizada para modelar a estrela. A matriz possui valores não-nulos na superfície da estrela e nulos nas regiões fora dela. O valor do brilho no centro da estrela é maior do que o observado nas bordas. Esse fenômeno é conhecido como escurecimento de limbo e ocorre devido ao gradiente de temperatura encontrado na fotosfera. A luz da parte central do disco da estrela é irradiada radialmente para nós, enquanto que a luz mais próxima da borda tem de passar através de uma espessura maior da atmosfera estelar (Figura 16).

Figura 16: Geometria de observação do obscurecimento de limbo.



Fonte: Gregorio-Hetem, Jatenco-Pereira e Oliveira (2000)

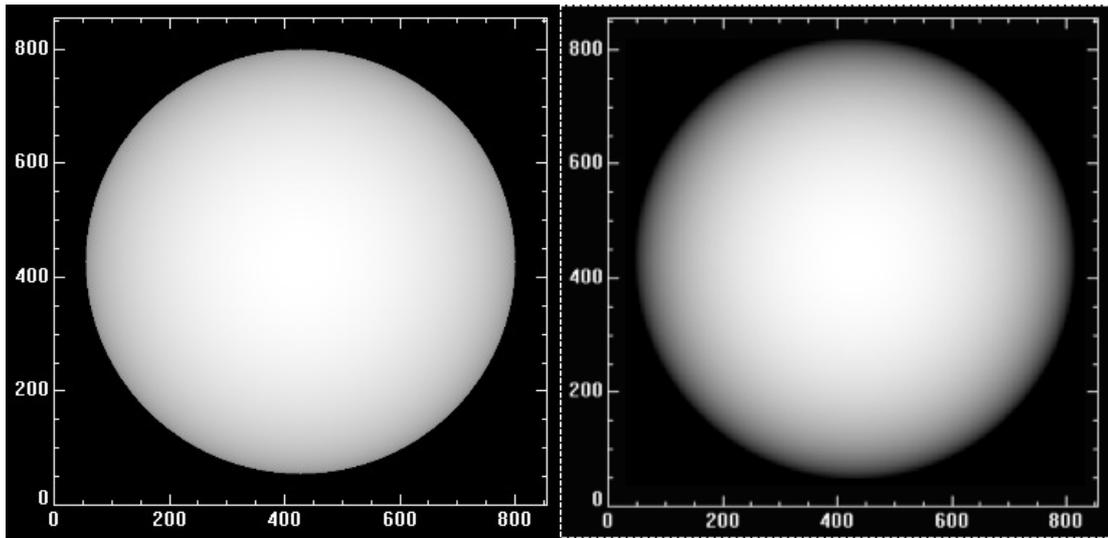
Segundo Silva (2003), foi utilizado no trabalho uma relação quadrática (Equação 5.1) para o escurecimento de limbo:

$$\frac{I(\mu)}{I(1)} = 1 - \varpi_1(1 - \mu) - \varpi_2(1 - \mu)^2, \quad (5.1)$$

onde μ é o cosseno do ângulo entre a linha de visada e a normal da superfície da estrela em cada pixel e $I(1)$ representa a luminosidade no centro da imagem da estrela. Brown et al. (2001) mostram que essa relação é mais adequada para a estrela HD 209458, de classe espectral G0 V, do que a relação linear, usada normalmente para o Sol. Em todas as simulações, utilizamos a Equação acima e com as constantes $w_1 = 0,90$ e $w_2 = 0,90$. Essas constantes foram ajustadas pela superposição das curvas de luz teórica e observada de Kepler-71.

Para a estrela, uma matriz de 856×856 *pixels*² é utilizada como parâmetro de entrada, para que o programa não precise refazer a imagem da estrela a cada execução. A Figura 17 apresenta um exemplo de imagem da estrela utilizada pelo modelo.

Figura 17: Imagem da estrela com escurecimento de limbo - 856 x 856 *pixels*². Quadro da esquerda sem o escurecimento e da direita com o escurecimento.



Fonte: O autor

5.2 Parâmetros Estelares

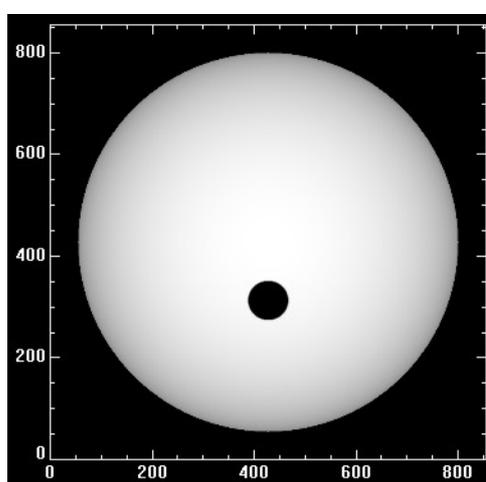
Para a estrela, foram utilizados os seguintes parâmetros de entrada: o raio da estrela (R_*) e a temperatura central do disco estelar (m_x). O raio da estrela (R_*) e raio do planeta (R_p), que determinam a razão entre as áreas da estrela e do planeta e uma imagem sintetizada do Sol (w) em 856 x 856 *pixels*².

Para simular as manchas, foram utilizados os seguintes parâmetros de entrada: tamanho da mancha (f_a) em função de R_p , intensidade da mancha (ff_i) em percentual do brilho central do disco da estrela, distância do centro da mancha à linha de trânsito (dd) em função de R_p e a posição longitudinal da mancha ($longs$), em graus.

5.3 Parâmetros Planetários

Os parâmetros planetários são: período orbital (P) em dias, assumindo órbita circular, raio do planeta (R_p) em função de (R^*), semi-eixo maior da órbita planetária (a_p) em função de (R^*), e ângulo de inclinação (i) do plano orbital, em graus. A Figura 18 mostra um exemplo de trânsito de um planeta diante da estrela, com raio do planeta cerca de 10 vezes menor que da estrela.

Figura 18: Trânsito de um planeta sem lua diante da estrela - 856 x 856 *pixels*².



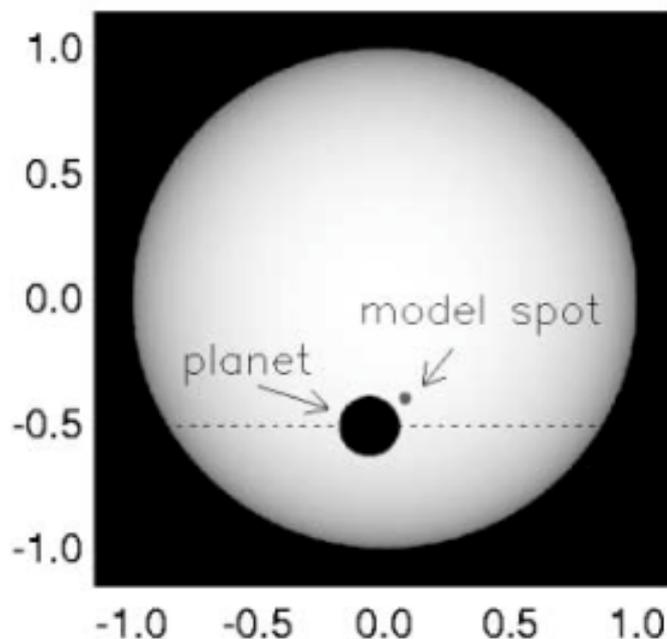
Fonte: O autor

5.4 Simulação do Trânsito

O código baseado nos trabalhos de Silva (2003) e Silva-Válio (2008) calcula a curva de luz de um eclipse planetário com opção de adicionar manchas estelares.

Com os parâmetros no código, foi executado uma modelagem no programa *limb.pro* e uma estrela com escurecimento de limbo (Equação 5.1) foi criada. Para simular o trânsito planetário, uma imagem de luz branca do Sol foi utilizada. Um disco opaco de raio (R_p) representa o planeta cruzando o disco estelar de raio (R^*) em uma órbita que passa na frente da região ativa (grupo de manchas estelares) visto na Figura 19 (a linha tracejada representa a trajetória do trânsito).

Figura 19: Simulação do trânsito.

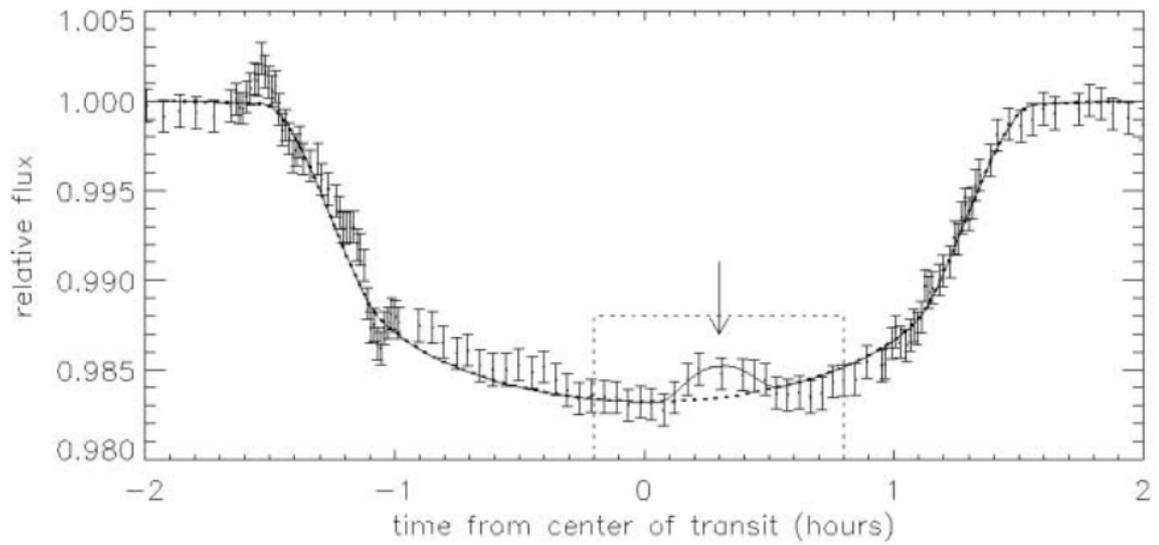


Fonte: Adaptado de Silva (2003)

Para avaliar o efeito de uma ou mais manchas na curva de luz de um trânsito planetário, elas foram modeladas como discos circulares escuros. Para um dado valor das variáveis da mancha, uma intensidade é calculada para o disco escuro que representa a mancha ao longo da linha de trânsito. Assim, a curva de luz simulada é o resultado da interação das variações de intensidades para todas as posições do planeta (SILVA, 2003).

A curva de luz resultante do trânsito apresenta uma pequena variação positiva, que se traduz em aumento na intensidade. Essas variações são causadas pela ocultação da região escura pelo planeta na superfície estelar. A sua ocultação irá causar um aumento na intensidade da luz, medida durante um período de trânsito. Isso ocorre pois as manchas são regiões mais frias na superfície estelar e quando ela fica oculta pelo planeta, ocorre um aumento da intensidade de luz, como se pode ver na Figura 20. A magnitude da intensidade depende da relação entre o tamanho da mancha e a ocultação do planeta e no contraste do brilho do local, no que diz respeito ao disco estelar.

Figura 20: Curva de luz de um trânsito com uma mancha estelar.



Fonte: Adaptado de Silva (2003)

O código é capaz de calcular a posição do planeta e simular o trânsito. A curva de luz gerada pelo modelo é simulada e os parâmetros das manchas estelares são ajustados até as duas curvas de luz, simulada e observada, estarem em concordância. Atingido a concordância das curvas, é extraído do modelo as propriedades das manchas em função dos parâmetros de ajuste, como tamanho, intensidade e posição em cada um dos trânsitos observados.

6 ANÁLISE DA ATIVIDADE DE KEPLER-71 E RESULTADOS

Nesta seção é descrito o processo de detecção de manchas na superfície da estrela Kepler-71, por meio da modelagem das curvas de luz de 28 trânsitos planetários de Kepler-71b. Para fins de descrição do método aplicado aos 28 trânsitos, foi selecionado arbitrariamente o trânsito de número 12 nos parágrafos a seguir. Conclui a seção apresentando uma estatística dos parâmetros das manchas encontradas na modelagem.

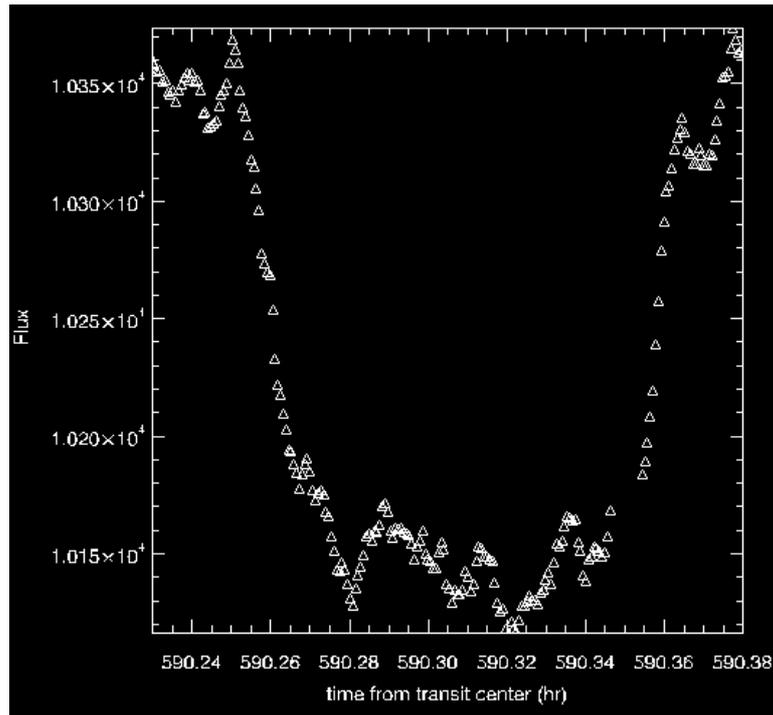
A metodologia consiste das seguintes etapas:

1. Inserir os parâmetros da estrela Kepler-71 e de seu exoplaneta Kepler-71b dentro do código baseado nos trabalhos de Silva (2003) e Silva-Válio (2008);
2. Inserir os parâmetros das manchas no código e simular o trânsito;
3. Fazer a sobreposição das curvas de luz ajustas com as observadas e ajustá-las em função do desvio padrão e
4. Com as curvas de luz ajustadas (simulada x observada), extrair do código os parâmetros das manchas estelares.

Inicialmente, foi inserido no modelo os parâmetros descritos no Capítulo 5. Uma estrela com escurecimento de limbo na forma quadrática foi criada conforme a Equação 5.1 e o planeta como um disco opaco. Para as manchas, os parâmetros foram ajustados e as curvas de luz foram simuladas. Essas curvas simuladas são sobrepostas e ajustadas até que correspondam às do trânsito observado de Kepler-71b. O funcionamento e os resultados dessas análises são comentados a seguir.

A Figura 21 apresenta uma curva de luz de Kepler-71 obtida pelo telescópio espacial Kepler. A curva é uma média corrida de 10 pontos. Devido à variação do fluxo entre trânsitos, foi feita uma normalização para cada um deles. Para normalização foi ajustado uma reta a 40 pontos na vizinhança imediata, anterior e posterior ao trânsito e depois subtraído o valor encontrado dos demais pontos.

Figura 21: Curva de luz do trânsito número 12 de Kepler-71, mostrando a variação associada à ocultação das manchas no interior do trânsito, feita por uma média corrida de 10 pontos.



Fonte: O autor

6.1 Parâmetros da Simulação

Os parâmetros da Tabela 1 foram utilizados para a criação da simulação da estrela Kepler-71 e do planeta Kepler-71b. As informações e características do planeta e da estrela Kepler-71 foram obtidos da *Nasa Exoplanet* (*Archive*http://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/cgi-bin/DisplayOverview/nph-DisplayOverview?objname=KOI-217+b&type=CONFIRMED_PLANET).

Tabela 1 – Parâmetros de simulação para Kepler-71 e Kepler-71b.

R_*	a_p	P	R_p	Inc	m_x
[pixels]	[em R_*]	[dias]	[em R_*]	[graus]	[K]
285 pixels	12,3 R_*	3,905 dias	0,14859 R_*	89,95 graus	5591 K

6.2 Parâmetros das Manchas Estelares

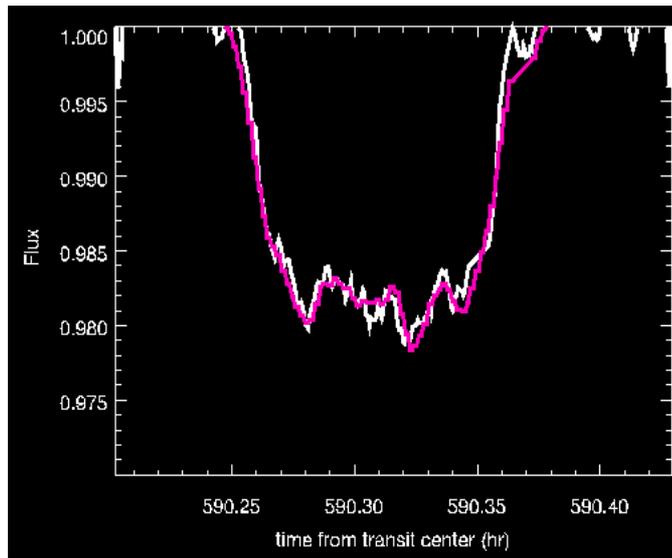
Para as curvas de luz observadas de Kepler-71, foram calculados os desvios padrão σ dos pontos (em unidades de fluxo relativo) fora da região do trânsito, obtendo $\sigma = 9,1 \times 10^{-4}$ como valor típico para todas as curvas analisadas. Para os dados interiores aos trânsitos, observou-se variações entre 2σ e 14σ , com um máximo de 16σ . Essas variações são interpretadas como assinaturas de manchas estelares.

Para as curvas de luz simuladas em cada trânsito, foi ajustado os parâmetros das manchas (tamanho, intensidade, distância do centro da mancha à linha de trânsito e longitude) para comparar com a curva de luz observada.

Os parâmetros das manchas foram ajustados individualmente através de um processo de inspeção visual. Na Figura 22 podemos verificar os ajustes das curvas simuladas com a do trânsito observado de Kepler-71. A qualidade do ajuste é verificada através da comparação entre o desvio padrão do resíduo entre o ajuste e os dados e o desvio padrão dos pontos fora da região do trânsito. O ajuste é considerado satisfatório quando esse desvio do ajuste é menor que o desvio externo ao trânsito.

Foram simuladas várias curvas de luz, variando os parâmetros, até obter um comportamento idêntico ou mais aproximado possível, em função do desvio externo, à curva de luz real do trânsito. A Figura 23 apresenta a simulação do trânsito número 12 e sua respectiva curva de luz.

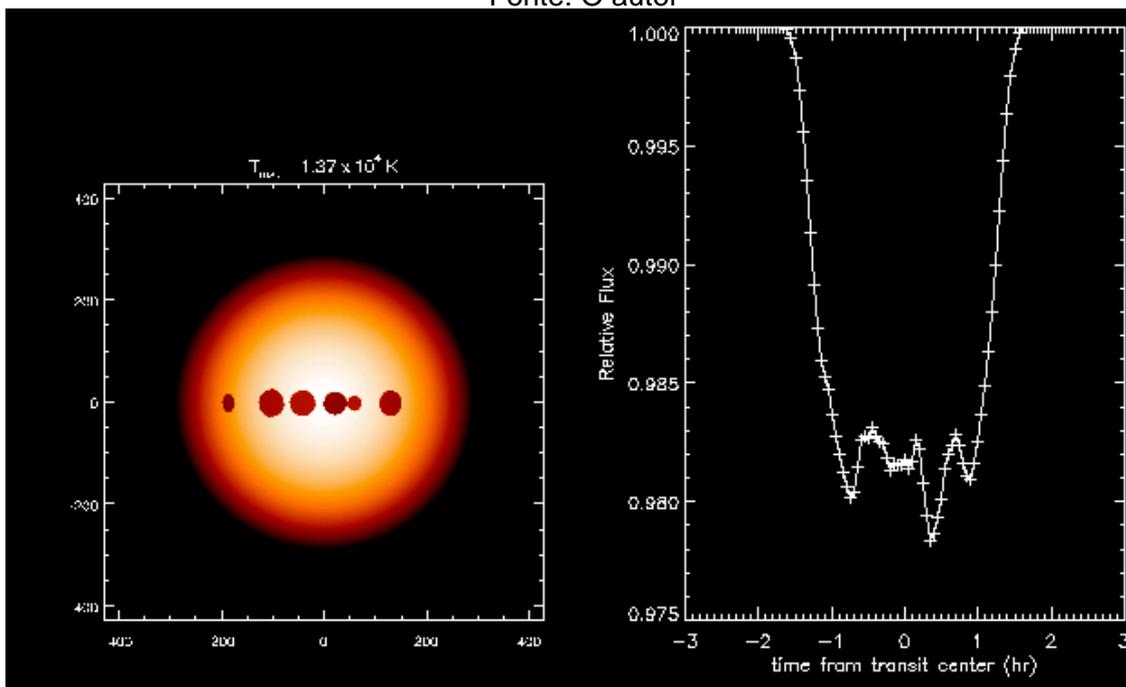
Figura 22: Curva de luz do trânsito número 12 – Simulada no modelo (magenta) x Observada (branco)



Fonte: O autor

Figura 23: Simulação das manchas estelares e sua respectiva curva de luz modelada para o trânsito número 12. O quadro da esquerda representa a estrela Kepler-71 com suas manchas estimadas pelo processo. O quadro da direita representa a curva de luz simulada.

Fonte: O autor



6.3 Parâmetros Físicos das Manchas Estelares de Kepler 71

Para cada simulação, foram obtidos os parâmetros das manchas estelares conforme apresentado nas Tabelas 2-5. Estas tabelas possuem duas colunas: a

primeira é o número do trânsito e na segunda coluna apresentamos os parâmetros das manchas. Na segunda coluna, dentro do primeiro colchete são apresentados os valores do tamanho relativo da mancha em função do raio do planeta R_p , no segundo a intensidade da mancha (fração de brilho central, $ff_i = 1$ significa nenhuma mancha), no terceiro, a distância do centro da mancha à linha de trânsito em função de R_p e no quarto colchete temos a posição à vista da longitude (em graus).

Tabela 2 – Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Tamanho das manchas (trânsito #1 à #28).

Trânsitos	Quantidade de manchas	Tamanho relativo da mancha [em função do raio do planeta R_p]
1	4	[0.5,0.5,0.5,0.65]
2	4	[0.5,0.5,0.65,0.65]
3	4	[1.3,0.4,0.7,0.65]
4	6	[0.8,0.8,1,0.5,0.7,0.6]
5	7	[0.6,0.6,0.5,0.45,0.45,0.55,0.5]
6	7	[0.6,0.56,0.50,0.7,0.6,0.58,0.42]
7	6	[0.5,0.5,0.4,0.4,0.4,0.6]
8	6	[0.5,1,0.45,0.45,0.45,0.50]
9	6	[0.5,0.8,0.6,0.6,0.6,0.4]
10	6	[0.6,0.5,0.5,0.5,0.5,0.7]
11	6	[1,0.6,0.7,0.7,0.5,0.7]
12	6	[0.5,0.75,0.7,0.62,0.4,0.7]
13	5	[0.8,0.7,0.5,0.6,0.6]
14	6	[0.7,0.5,0.6,0.7,0.6,0.6]
15	7	[0.8,0.73,0.4,0.85,0.85,0.8,1]
16	5	[0.5,0.7,0.85,0.7,0.7]
17	8	[1,0.8,0.5,0.8,0.7,0.5,0.7,0.5]
18	8	[0.7,0.6,0.8,0.4,0.6,0.6,0.5,0.6]
19	10	[0.8,0.6,0.5,0.4,0.8,0.7,0.6,0.7,1,1.2]
20	7	[0.8,0.6,0.7,0.55,0.5,0.55,0.56]
21	4	[0.72,0.5,0.6,0.68]
22	7	[0.6,0.6,0.5,0.6,0.6,0.61,0.6]
23	6	[0.8,0.5,0.65,0.6,0.5,0.6]
24	7	[0.6,0.5,0.5,0.8,0.6,0.6,0.6]
25	6	[0.6,0.55,0.6,0.5,0.7,0.6]
26	7	[0.8,0.6,0.8,0.7,0.5,0.7,0.7]
27	10	[0.5,0.45,0.45,0.45,0.45,0.45,0.5,0.88,0.5,0.7]
28	10	[0.6,0.5,0.6,0.55,0.4,0.8,0.6,0.5,0.65,0.65]

Tabela 3 - Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Intensidade das manchas (trânsito #1 à #28).

Trânsitos	Quantidade de manchas	Intensidade da mancha [fração de brilho central]
-----------	-----------------------	---

1	4	[0.4,0.6,0.8,0.35]
2	4	[0.2,0.6,0.4,0.35]
3	4	[0.6,0.3,0.4,0.27]
4	6	[0.45,0.5,0.45,0.7,0.25,0.26]
5	7	[0.6,0.6,0.10,0.10,0.25,0.45,0.45]
6	7	[0.1,0.12,0.12,0.45,0.7,0.25,0.10]
7	6	[0.8,0.8,0.5,0.6,0.9,0.4]
8	6	[0.8,0.7,0.4,0.4,0.5,0.3]
9	6	[0.5,0.6,0.5,0.3,0.3,0.4]
10	6	[0.5,0.6,0.6,0.6,0.7,0.4]
11	6	[0.6,0.7,0.6,0.6,0.8,0.8]
12	6	[0.5,0.5,0.5,0.4,0.5,0.5]
13	5	[0.5,0.5,0.6,0.4,0.4]
14	6	[0.5,0.5,0.5,0.4,0.3,0.3]
15	7	[0.3,0.3,0.6,0.4,0.5,0.4,0.3]
16	5	[0.5,0.4,0.65,0.5,0.5]
17	8	[0.5,0.5,0.4,0.5,0.4,0.5,0.5,0.5]
18	8	[0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.6,0.6]
19	10	[0.4,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5]
20	7	[0.5,0.3,0.3,0.3,0.25,0.3,0.3]
21	4	[0.4,0.4,0.5,0.4]
22	7	[0.4,0.6,0.6,0.6,0.6,0.6,0.4]
23	6	[0.5,0.6,0.6,0.6,0.5,0.4]
24	7	[0.5,0.5,0.5,0.5,0.4,0.4,0.5]
25	6	[0.5,0.5,0.5,0.5,0.5,0.5]
26	7	[0.5,0.5,0.5,0.5,0.4,0.5,0.5]
27	10	[0.5,0.5,0.5,0.5,0.6,0.6,0.5,0.62,0.5,0.5]
28	10	[0.5,0.6,0.6,0.6,0.6,0.6,0.6,0.6,0.45,0.45]

Tabela 4 – Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Distância do centro da mancha à linha de trânsito (trânsito #1 à #28).

Trânsitos	Quantidade de manchas	Distância do centro da mancha à linha de trânsito [em função de Rp]
1	4	[0,0,0,0.7]
2	4	[0,0,0,0.7]
3	4	[0,0,0,0]
4	6	[0,0,0,0,0,0]
5	7	[0,0,0,0,0,0,0]
6	7	[0,0,0,0,0,0,0]
7	6	[0,0,0,0,0,-1]
8	6	[0,0,0,0,0,0]
9	6	[0,0,0,0,0,0]
10	6	[0,0,0,0,0,0]
11	6	[0,0,0,0,0,0]
12	6	[0,0,0,0,0,0]
13	5	[0,0,0,0,0]
14	6	[0,0,0,0,0,0]
15	7	[0,0,0,0,0,0,0]
16	5	[0,0,0,0,0]
17	8	[0,0,0,0,0,0,0,0]
18	8	[0,0,0,0,0,0,0.5,0.5]
19	10	[0.5,0,0,0,0,0,0,0,0,0]
20	7	[-0.5,0,0,0,0,0,0]
21	4	[0,0,0,0]
22	7	[0,0,0,0,0,0,0]
23	6	[0,0,0,0,0,0]
24	7	[0,0,0,0,0,0,0]
25	6	[0,0,0,0,0,0]
26	7	[0,0,0,0,0,0,0]
27	10	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]
28	10	[0,0,0,0,0,0,0,0,0,0]

Tabela 5 – Parâmetros de simulação das manchas estelares de Kepler-71 – Posição à vista da longitude (trânsito #1 à #28).

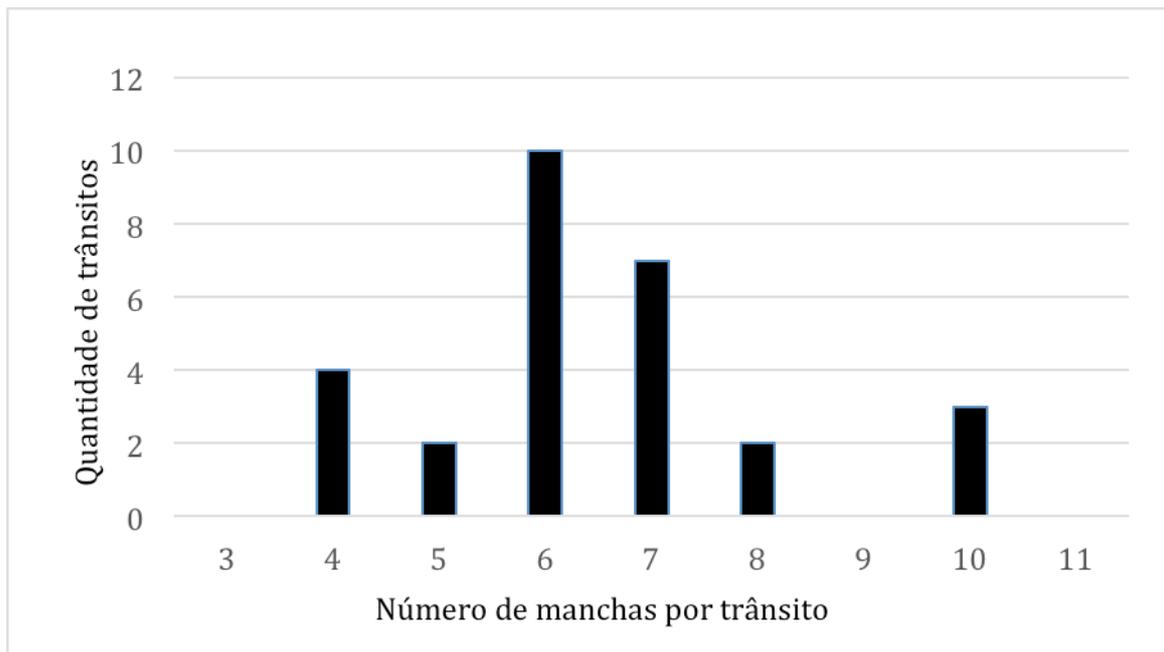
Trânsitos	Quantidade de manchas	Posição à vista da longitude [em graus]
1	4	[-30,-10,0,20]
2	4	[-25,-10,0,20]
3	4	[-17,1,8,25]
4	6	[-60,-33,-12,1,28,45]
5	7	[-55,-43,-22,-3,12,27,45]
6	7	[-60,-35,-15,3,5,27,35]
7	6	[-32,-20,-3,18,30,42]
8	6	[-40,-20,10,30,40,55]
9	6	[-50,-35,-13,3,22,34]
10	6	[-35,-25,-10,0,20,40]
11	6	[-30,-17,-3,15,35,50]
12	6	[-50,-25,-10,5,14,32]
13	5	[-30,-10,2,22,45]
14	6	[-50,-35,-15,2,21,38]
15	7	[-55,-30,-17,-6,6,27,47]
16	5	[-50,-25,-4,16,36]
17	8	[-65,-45,-25,-9,5,28,45,55]
18	8	[-40,-25,-3,12,22,42,52,65]
19	10	[-50,-38,-25,-10,5,20,28,40,60,72]
20	7	[-55,-25,-10,5,20,30,40]
21	4	[-40,-14,3,32]
22	7	[-44,-22,-10,0,13,27,45]
23	6	[-35,-19,-4,8,24,40]
24	7	[-50,-45,-28,-15,2,30,45]
25	6	[-38,-20,-5,11,26,50]
26	7	[-47,-31,-15,-1,15,25,40]
27	10	[-55,-45,-35,-25,-15,-10,0,10,24,43]
28	10	[-58,-45,-35,-25,-15,-5,7,12,26,46]

6.3.1 Quantidade de Manchas Estelares

O número de manchas estelares para cada trânsito é apresentado na Figura 24. Ele varia entre 4 e 10 manchas, com um valor médio de 6 ± 1 manchas dentro da faixa de latitudes cobertas pelo trânsito, com uma área média coberta entre 10 e 15%. A superfície média da área da estrela coberta por manchas dentro das

latitudes de trânsito é da ordem de 40%. No entanto, esses valores foram estimados considerando a estrela inteira, ou seja, também as áreas polares, onde não há manchas no caso do Sol.

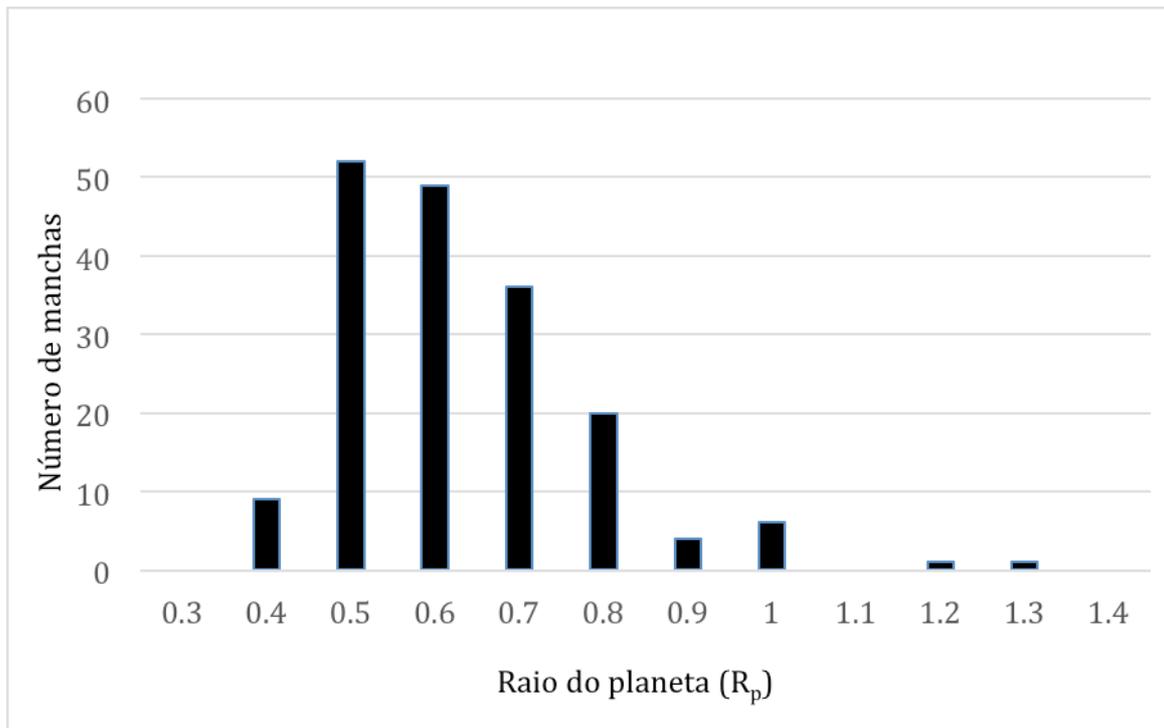
Figura 24: Histograma da quantidade de manchas estelares de Kepler-71.



6.3.2 Raio das Manchas Estelares

A distribuição dos raios das manchas obtidas pelos ajustes dos trânsitos é apresentada na Figura 25. Os resultados mostram que os raios modelados das manchas variam de 0,4 a 1,3 R_p com um valor médio de $0,6 \pm 0,13 R_p$.

Figura 25: Histograma dos raios das manchas estelares de Kepler-71 em função do raio do planeta R_p .



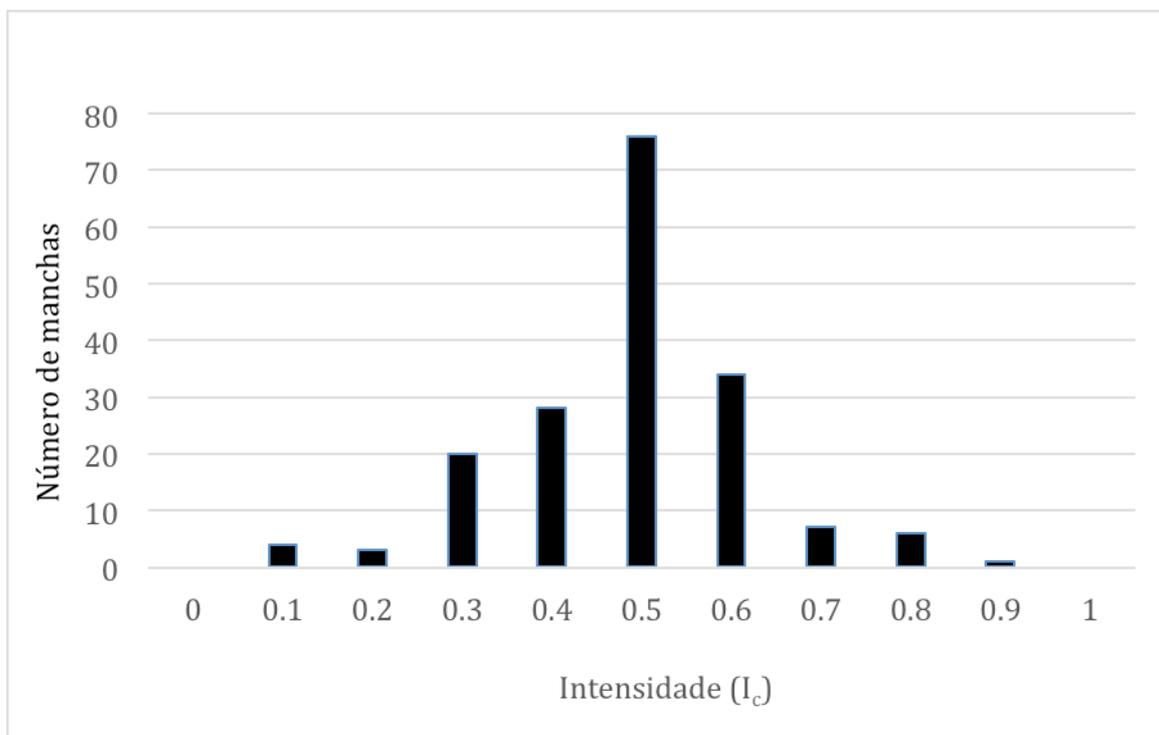
6.3.3 Intensidade e Temperatura das Manchas Estelares

Manchas estelares com valores baixos de intensidade, ou de elevado contraste, são manchas estelares mais frias que aquelas com valores de intensidade próximos a I_c , que é a fração da intensidade da mancha estelar em relação a intensidade do centro do disco estelar. As intensidades das manchas obtidas são apresentadas na Figura 26. As intensidades das manchas estelares modeladas variam entre 0,1 à 0,9 I_c com um valor médio de $0,5 \pm 0,14 I_c$. As intensidades podem ser convertidas em temperatura das manchas estelares considerando a emissão de corpo negro para a fotosfera e para as manchas. A temperatura pode ser estimada pela Equação 6.1 (SILVA, 2003):

$$T_{spot} = \frac{hv}{K_B} \left[\ln \left(1 + \frac{\exp\left(\frac{hv}{K_B T_{eff}}\right) - 1}{f_i} \right) \right]^{-1}, \quad (6.1)$$

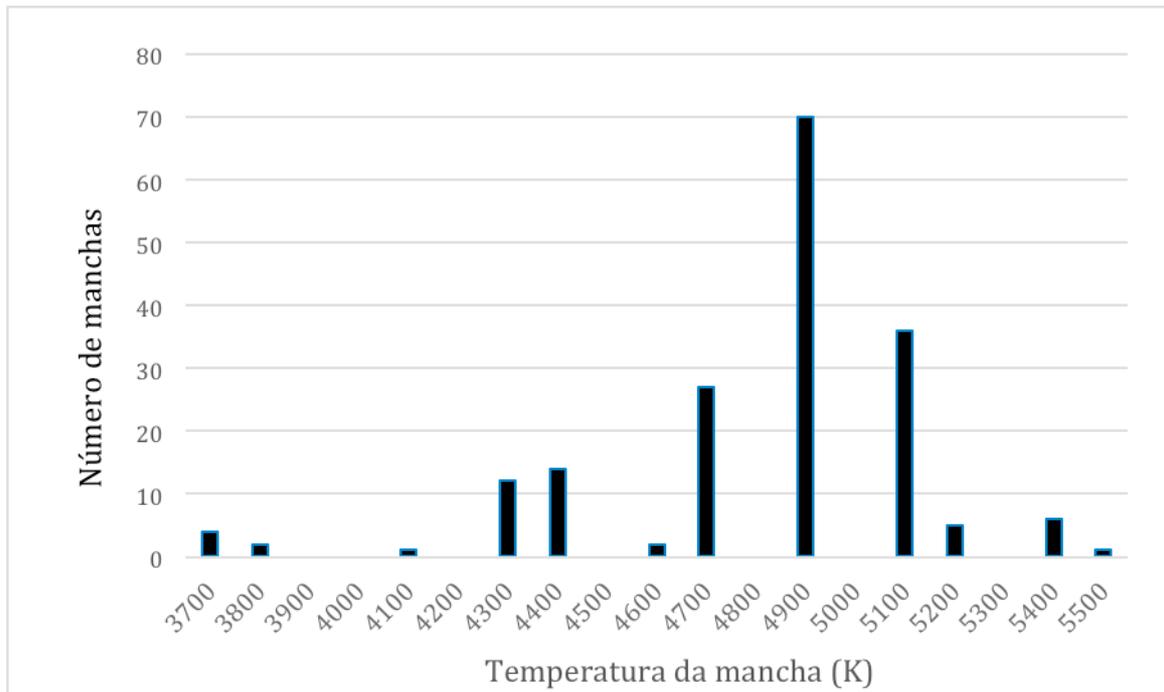
onde K_B e h são as constantes de Boltzmann e Planck, respectivamente, ν é a frequência associada ao comprimento de onda de 600 nm, f_i é a fração da intensidade da mancha estelar em relação a intensidade do centro do disco estelar I_c e T_{eff} é a temperatura efetiva da estrela.

Figura 26: Histograma das intensidades (f_i) das manchas estelares de Kepler-71 em função da intensidade do centro do disco estelar I_c .



Considerando a temperatura da estrela como $T_{eff} = 5591$ K, as temperaturas das manchas estelares de Kepler-71 (Figura 27) apresentaram uma variação de 3700 a 5500 K, que representa manchas com temperaturas entre 90 à 1900 K mais frias que o centro do disco estelar. A temperatura média das manchas estelares de Kepler-71 é 4739 ± 300 K.

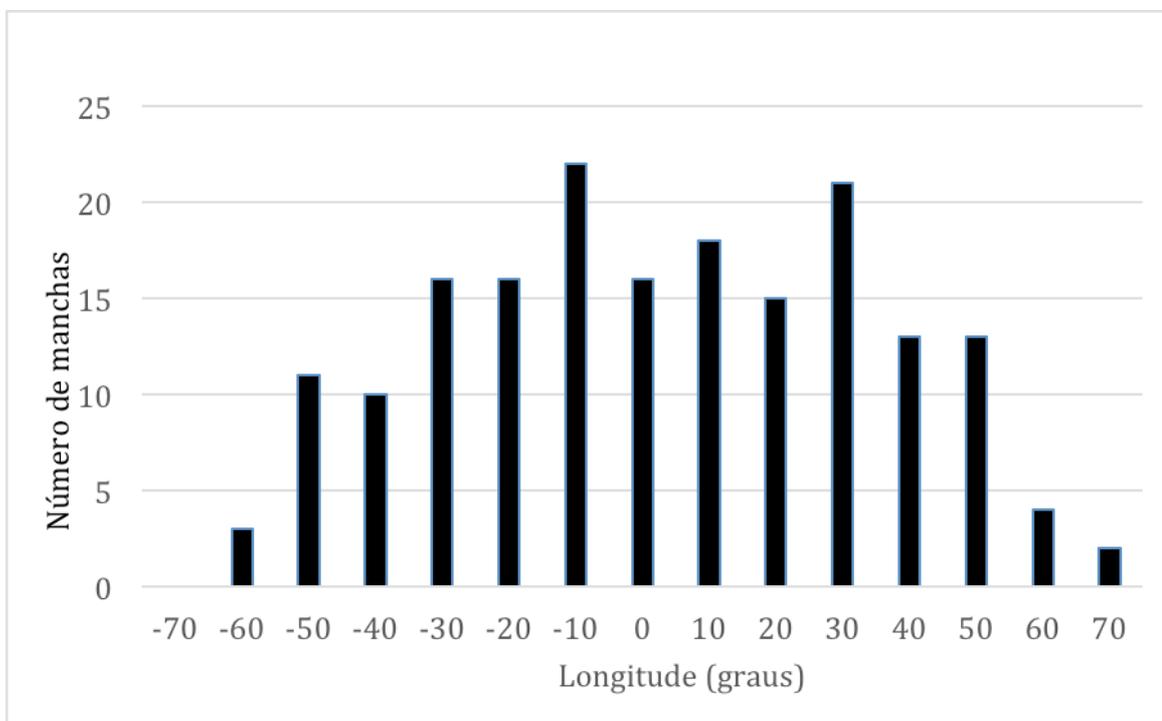
Figura 27: Histograma das temperaturas das manchas estelares de Kepler-71.



6.3.4 Longitude das Manchas Estelares

As longitudes das manchas no disco estelar estão apresentadas no histograma da Figura 28. Estas são longitudes topocêntricas, ou seja, não são as longitudes localizadas na estrutura rotativa da estrela, mas sim são medidas em relação a uma estrutura de referência externa (centro da superfície visível da Terra).

Figura 28: Histograma das longitudes das manchas estelares de Kepler-71. O valor de longitude zero corresponde ao centro da superfície visível da estrela.



7 DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Nas últimas duas décadas, a ciência relacionada ao descobrimento de planetas que pertençam a outros sistemas planetários evoluiu muito rapidamente. Com o desenvolvimento de novas técnicas, como por exemplo a do trânsito planetário e novos instrumentos com elevada precisão fotométrica, o número de descobertas é superior a 2000 exoplanetas. Com os dados obtidos pelo telescópio espacial Kepler, além de identificar os exoplanetas, é possível também a detecção e análise de manchas estelares.

A atividade da estrela Kepler-71 foi analisada utilizando 28 trânsitos. Foram detectadas até 10 manchas estelares em um dado momento em determinado local (latitude e longitude).

Kepler-71 é uma estrela que apresenta muitas variações de intensidade identificadas em cada trânsito, implicando que há muitas manchas presentes na superfície da estrela a qualquer momento. Os resultados mostram detecção de manchas, com um valor médio de 6 ± 1 manchas por trânsito com tamanho $0,6 \pm 0,13 R_p$ com longitudes que variam de -60° à 70° , possuindo intensidade média de $0,5 \pm 0,14 I_c$, em função da intensidade estelar no centro do disco (I_c). A partir dessas intensidades, a temperatura média das manchas estelares de Kepler-71 foi estimada em 4739 ± 300 K, em média 852 K mais fria do que a fotosfera, considerando a emissão de corpo negro tanto para a fotosfera estelar quanto para as manchas estelares.

A possibilidade de presença de manchas na superfície de Kepler-71 foi antecipada por Howell *et al.* (2010), no trabalho original de descoberta do exoplaneta Kepler-71b através da identificação das variações nos trânsitos. Sanchis-Ojeda e Winn (2011) analisaram 28 trânsitos na estrela HAT-P-11 encontrando em média 01 mancha por trânsito que, em comparação com Kepler-71, apresentando 6 manchas por trânsito, indica uma maior atividade em Kepler-71.

Fazendo um comparativo com estrelas da mesma classe espectral, conforme apresentado na Tabela 6, os valores dos parâmetros de manchas obtidos para Kepler-71 podem também ser comparados com a estrela CoRoT-2 (SILVA-VALIO et al., 2010), Kepler-17 (VALIO et al., 2017) e Kepler-63 (ESTRELA; VALIO, 2016).

As estrelas Kepler-71 e CoRoT-2, em comparação com Kepler-17 e Kepler-63, apresentam intensa atividade em sua fotosfera considerando o número de manchas, sendo encontradas em média 8 manchas para CoRoT-2 e 6 para Kepler-71. Em termos das temperaturas, Kepler-17 possui temperatura média nas manchas de 5000 K, Kepler-63 de 4800 K, CoRoT-2 possui temperatura média nas manchas de 4700 K e Kepler-71 de 4739 K, todos com valores bastante próximos.

As manchas em Kepler-71 têm raio da ordem de 44.000 km, que, em comparação com as demais estrelas (Tabela 6) e levando em consideração o erro, apresentam tamanhos similares. Observou-se que a maioria das manchas possui raio menor do que o raio dos planetas. Os valores aqui obtidos são apenas para as latitudes de trânsito, que se estendem aproximadamente 20° e estão próximas ao equador. Neste caso, as latitudes coincidem com as chamadas latitudes reais do Sol, onde ocorre a maioria das manchas solares.

Tabela 6 – Comparação de resultados obtidos com outras estrelas

Estrela			Manchas			
Estrela Idade	Tipo Espectral	Temperatura Efetiva (K)	Quantidade por trânsito	Tamanho Médio (Rp)	Raio Médio (km)	Temperatura Média (K)
Kepler-71 -	G8V	5591	6 ± 1	0.60 ± 0.13	44000	4739 ± 323
CoRoT-2 0,50 Gyr	G7V	5575	8 ± 1	0.46 ± 0.11	50000	4700 ± 300
Kepler-17 1,78 Gyr	G2V	5781	2 ± 1	0.60 ± 0.30	57000	5000 ± 600
Kepler-63 0,21 Gyr	G	5576	1 ± 1	0.80 ± 0.30	33000	4800 ± 400

Em resumo, conclui que:

- de acordo com nossos dados, Kepler-71 é uma estrela ativa, apresentando muitas manchas estelares, 6 ± 1 manchas por trânsito com tamanho médio de $0,6 \pm 0,13 R_P$;
- cerca de 20% da superfície média da área de estrela está coberta por manchas dentro das latitudes de trânsito;
- a temperatura média das manchas estelares de Kepler-71 foi estimada em 4739 ± 300 K, em média 852 K mais frias do que a fotosfera.

No comparativo entre as estrelas de mesma classe espectral (Tabela 6), Kepler-71 apresenta manchas com temperaturas e tamanhos bem similares às das estrelas comparadas.

REFERÊNCIAS

- AMADO, P. J. et al. AB Doradus: Long and Short Term Light Variations and Spot Parameters. In: CAMBRIDGE WORKSHOP ON COOL STARS, STELLAR SYSTEMS AND THE SUN, ASP CONFERENCE, 11., 2001. **Proceedings...** San Francisco: Astronomical Society of the Pacific, 2001. p.895-900. (ASP Conference Proceedings, Vol. 223.)
- AUVERGNE, M. et al. The CoRoT satellite in flight: description and performance. **Astronomy and Astrophysics**, v. 506, p. 411-424, 2009.
- BOUVIER, J.; BERTOUT, C. Spots on T Tauri stars. **Astronomy and Astrophysics**, v. 211, n. 1, p. 99-114. 1989.
- BOUVIER, J.; BERTOUT, C.; BOUCHET, P. Spots on T Tauri stars: The photometric database, **Astronomy and Astrophysics**, v. 75, n. 1 (Suppl.), p. 1-19. 1988.
- BROWN, T. M. et al. Hubble Space Telescope Time-Series Photometry of the Transiting Planet of HD 209458. **The Astrophysical Journal**, v. 552, p. 699–709, 2001.
- CHARBONNEAU, D. et al. Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star. **The Astrophysical Journal**, v. 529, p. 45–48, 2000.
- ECHER, E. Manchas Solares. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v.25, p.157. 2003.
- ESTRELA, R.; VALIO, A. Stellar magnetic cycles in the solar-like stars Kepler-17 and Kepler-63. **The astrophysical journal**, v. 831, p.57, 2016. DOI:10.3847/0004-637X/831/1/57
- FONTENLA, J. M. et al. Measurement of p-mode energy propagation in the quiet solar photosphere. **Astrophys. J.**, v. 405, p. 787–797, 1993. Doi:1.1086/172408.
- GREGORIO-HETEM, Jane; JATENCO-PEREIRA, Vera; OLIVEIRA, Claudia Mendes de. **Fundamentos de astronomia**. São Paulo: IAG/USP - Departamento de Astronomia, 2010. Cap. 7, p. 84. Disponível em: <<http://www.astro.iag.usp.br/~jane/aga215/apostila/cap07.pdf>>. Acesso em set. 2015.
- HATZES, A. P. Spot and chromospheric activity on the RS CVN star DM Ursae Majoris. **Astrophys. J.**, v.109, p. 350-358, 1995.
- HERBST, W.; KORET, D.L. Rotation periods of four T Tauri stars. **Astrophys. J.**, v. 96, p. 1949-1955, Dec. 1988.
- HOWELL, S.B. et al. Kepler Observations of three pre-launch exoplanet candidates: Discovery of two eclipsing binaries and a new exoplanet. **Astrophys. J.**, v. 725, p. 1633-1643, 2010.

KEPLER DATA CHARACTERISTICS HANDBOOK. Kepler: A Search for Terrestrial Planets - KSCI-19040-001 - Data Analysis Working Group (DAWG). Moffett Field, CA: NASA Ames Research Center, 2011.

LANDSMAN, W. B. The IDL Astronomy User's Library. **Astronomical Data Analysis Software and Systems II, A.S.P. Conference Series**, v. 52, p. 246-248, 1993.

LANG, Kenneth R. **The sun from space**. 2.ed. New York, USA: Springer Berlin Heidelberg, 2009. p. 72-74.

LIVINGSTON, W.; PENN, M.J.; SVALGAARD, L. Decreasing sunspot magnetic fields explain unique 10.7 cm radio flux. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 757, n. 1, p.L8, 2012.

MIESCH, M. S. Large-scale dynamics of the convection zone and tachocline. **Living Reviews in Solar Physics**, v. 2, n. 1, 2005. Disponível em: <http://www.livingreviews.org/lrsp-2005-1> Acesso em: 7 set. 2017.

MIKULSKI ARCHIVE FOR SPACE TELESCOPES, 2016. Disponível em: <https://mast.stsci.edu/portal/Mashup/Clients/Mast/Portal.html?searchQuery=Kepler-71>. Acesso em: 07 set. 2015.

MULLER, H. M. et al. High-precision stellar limb-darkening measurements A transit study of 38 Kepler planetary candidates. **Astronomy and Astrophysics**, v. 560, p. A112-, 2013. DOI: 10.1051/0004-6361/201322079. Acesso em: 07 set. 2015.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de Souza; SARAIVA, Maria de Fátima Oliveira. **O Sol - a nossa estrela**, 2017. Disponível em: <http://astro.if.ufrgs.br/esol/esol.htm>

PONT, F. et al. Hubble Space Telescope time-series photometry of the planetary transit of HD189733: no moon, no rings, starspots. **Astronomy and Astrophysics**, v. 476, p. 1347-1355, 2007. <https://doi.org/10.1051/0004-6361:20078269>

SAAR, S. H. Magnetic Fields on Solar-Like Stars: The First Decade. In: STENFLO, J. O. (ed.). **The Solar Photosphere: Structure, Convection, and Magnetic Fields**. Dordrecht: Kluwer, 1990. p. 427-441. (IAUS, vol. 138).

SANCHIS-OJEDA, R.; WINN, J. N. Starspots, spin-orbit misalignment, and active latitudes in the HAT-P-11 exoplanetary system. **Astrophys. J.**, v. 743, p.61. 2011.

SILVA, A. Method for Spot Detection on Solar-Like Stars. **Astrophys. J.**, v. 585, p. L147–L150, 2003.

SILVA-VÁLIO, A. Estimating Stellar Rotation from Starspot Detection During Planetary Transits. **Astrophys. J.**, v. 683, p. L179–L182. 2008,

SILVA-VALIO, A. et al. Properties of starspots on CoRoT-2. **Astronomy and Astrophysics**, v. 510, p. A25, 2010. DOI: 10.1051/0004-6361/200911904

SOLAR DYNAMICS OBSERVATORY, 2016. Disponível em: <https://sdo.gsfc.nasa.gov/gallery/main/> Acesso em: set. 2015.

TAYLOR, M. **TOPCAT**: Tool for Operations on Catalogues And Tables: Starlink User Note 253. 2013. Disponível em: <
<http://www.star.bris.ac.uk/~mbt/topcat/sun253/sun253.html>>.

TUSNSKI, L. M. **Modelo para Simulação de trânsitos de planetas com luas e anéis**. 2011. Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

VALIO, A. et al. Activity and Rotation of Kepler-17. **Astrophys. J.**, v. 835, p. 294, 2017.

Referencias consultadas

CLARET, A. Non-linear limb-darkening law for LTE models. **VizieR Online Data Catalog**, v.336, p. 31081, Nov. 2000,