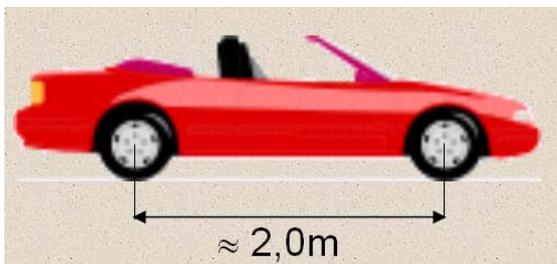


**Parte1 - Movimento Retilíneo (continuação)**  
**Velocidade instantânea e aceleração.**

## 1 Velocidade Instantânea

Se conhecemos a posição do corpo em cada instante de tempo podemos calcular velocidades médias para diferentes intervalos, conhecendo-se, assim, novos aspectos do movimento. Nesse caso, partimos da (coordenada de) posição em função do tempo para obter as velocidades médias. Se dois movimentos começam e terminam nos mesmos pontos e têm a mesma duração total, a velocidade média total será a mesma. Isto, no entanto, não fornece detalhes sobre o movimento de cada um.

**Exemplo 1:** Os pardais medem a *velocidade média* no intervalo de tempo entre a passagem das rodas dianteiras e as traseiras do carro, por cima de um cabo estendido na estrada e usam esse valor para aproximar a *velocidade instantânea* do carro ao passar pelo medidor. Faça uma estimativa para esse intervalo de tempo, quando o velocímetro marca 90 km/h. Para fazer o cálculo, estime a distância entre as rodas dianteiras e traseiras.



$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \longrightarrow \Delta t = \frac{\Delta S}{V}$$

$$\Delta S = 2 \text{ m} = 2 \times 10^{-3} \text{ km}$$

Assim,

$$\Delta t = \frac{2 \times 10^{-3} \text{ km}}{90 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 2 \times 10^{-5} \text{ h}$$

$$\Delta t \approx 2 \times 10^{-5} \times 3600 \text{ s} \approx 0,08 \text{ s} \rightarrow 8 \text{ centésimos de segundo}$$

No exemplo do pardal eletrônico, um intervalo de tempo de alguns centésimos de segundo para calcular a velocidade média é pequeno o suficiente para considerar a velocidade média calculada pelo medidor como sendo uma boa aproximação para a *velocidade instantânea* do carro.

**Velocidade instantânea é a velocidade do corpo num dado instante de tempo.**

*Velocidade instantânea* (ou, simplesmente, **velocidade**) não é definida como a razão entre deslocamento e intervalo de tempo, ao contrário da *velocidade média*. Mas pode surgir a partir da velocidade média, juntamente com os conceitos matemáticos de *limite* e *derivada*.

A velocidade em um dado instante é obtida a partir da velocidade média reduzindo o intervalo de tempo  $\Delta t$  até torná-lo próximo de zero. À medida que  $\Delta t$  diminui, a velocidade média se aproxima de um valor-limite, que é a velocidade instantânea.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

Observe que  $v$  é a taxa de variação da coordenada de posição com o tempo, ou seja, é a derivada de  $s$  em relação a  $t$ . Observe também que  $v$ , em qualquer instante, é a inclinação da curva que representa a posição em função do tempo no instante considerado. A velocidade instantânea também é uma grandeza vetorial e, portanto, possui uma direção e um sentido.

Vamos usar o conceito de *limite* (derivada) para calcular a velocidade instantânea. Imagine que uma partícula tenha a seguinte função que descreve sua coordenada de posição com o tempo:  $s(t) = t^2$  (cm,s) para  $0 \leq t \leq 5s$ . Vamos calcular a velocidade média entre  $1s$  e  $1s + \Delta t$  para diversos valores de  $\Delta t$ , preenchendo a tabela a seguir.

$\Delta t$ em seg.	$\Delta s = s(t+\Delta t) - s(t)$ em cm	$\bar{v} = \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}$ em cm/s
0,1	$(1+0,1)^2 - 1^2 = 0,21$	$\frac{(1+0,1)^2 - 1^2}{0,1} = 2,1$
0,01	$(1+0,01)^2 - 1^2 = 0,0201$	$\frac{(1+0,01)^2 - 1^2}{0,01} = 2,01$
0,001	$(1+0,001)^2 - 1^2 = 0,002001$	$\frac{(1+0,001)^2 - 1^2}{0,001} = 2,001$
0,0001	$(1+0,0001)^2 - 1^2 = 0,00020001$	$\frac{0,00020001}{0,0001} = 2,0001$
0,00001	...	<b>2,00001</b>
0,000001	...	<b>2,000001</b>
( $\Delta t$ tende para) 0	( $\Delta s$ tende para) 0	(tende para) <b>2</b>

**Conclusão: Se um movimento é dado por  $s(t) = t^2$  (cm,s), a velocidade instantânea em  $t=1s$  é igual a 2 cm/s.**

Para a função  $s(t) = t^2$  (cm,s), vamos escrever agora a expressão para  $v$  entre  $1s$  e  $(1s + \Delta t)$ , sendo  $\Delta t$  indeterminado, daremos o valor limite dessa expressão quando  $\Delta t$  tende para zero.

$$\bar{v} = \frac{(1 + \Delta t)^2 - 1^2}{\Delta t} = \frac{1 + 2\Delta t + \Delta t^2 - 1}{\Delta t} = \frac{2\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t} = 2 + \Delta t$$

Assim,

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2 + \Delta t) = 2$$

Agora, vamos repetir o mesmo procedimento usado na tabela para obter a velocidade instantânea do corpo num instante genérico,  $t$ , sendo o movimento dado por  $s(t) = t^2$  (cm,s); isto é, dê, em função de  $t$ , a velocidade média entre  $t$  e  $t + \Delta t$ , para  $\Delta t = 0,1; 0,01; 0,001 \dots$  etc. Para isso, completaremos a tabela a seguir.

$\Delta t$ em seg.	$\Delta s = s(t+\Delta t) - s(t)$ em cm	$\bar{v} = \frac{s(t+\Delta t) - s(t)}{\Delta t}$ em cm/s
0,1	$(t+0,1)^2 - t^2 = 0,1(2t + 0,1)$	$\frac{0,1(2t+0,1)}{0,1} = 2t + 0,1$
0,01	$0,01(2t + 0,01)$	$2t + 0,01$
0,001	$0,001(2t + 0,001)$	$2t + 0,001$
0,0001	$0,0001(2t + 0,0001)$	$2t + 0,0001$
0,00001	$0,00001(2t + 0,00001)$	$2t + 0,00001$
$\Delta t$ tende para 0	$\Delta s$ tende para 0	$\bar{v}$ tende para $2t$

Se escrevemos a expressão para  $\bar{v}$  entre um instante  $t$  genérico e  $t + \Delta t$  e determinamos o limite da expressão quando  $\Delta t$  tende para zero, teremos:

$$\bar{v} = \frac{(t + \Delta t)^2 - t^2}{\Delta t} = \frac{t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2 - t^2}{\Delta t} = \frac{2t\Delta t + \Delta t^2}{\Delta t} = 2t + \Delta t$$

e

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \frac{ds}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (2t + \Delta t) = 2t$$

Assim, quando  $\Delta t$  tende para zero a expressão  $2t + \Delta t$  tende para  $2t$ .

Então,  $s(t) = t^2$  (cm,s)  $\rightarrow$   $v(t) = 2t$  (cm/s, s).

**Exemplo 2:** Usando a definição de limite, para o movimento descrito pela função  $s(t) = 5t^2$  (cm,s), determine a velocidade instantânea num instante genérico  $t$ , calculando o limite da velocidade média entre  $t$  e  $t + \Delta t$  quando  $\Delta t$  tende para zero.

$$\begin{aligned} \bar{v} &= \frac{5(t + \Delta t)^2 - 5t^2}{\Delta t} = \frac{5(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2) - 5t^2}{\Delta t} = \frac{5(2t\Delta t + \Delta t^2)}{\Delta t} = \\ &= \frac{\Delta t(5 \times 2t + 5 \times \Delta t)}{\Delta t} = 5 \times 2t + 5 \times \Delta t \end{aligned}$$

Logo, quando  $\Delta t$  tende para zero, a expressão acima tende para  $5 \times 2t = 10t$ .

**Dessa forma podemos observar uma relação geral:**

Se  $s(t)$  é do tipo  $s(t)=ct^n$  temos então que a velocidade instantânea ou simplesmente a velocidade será  $v = \frac{ds}{dt} = nct^{n-1}$

**Exemplo 3:** Para  $s(t) = ct^2$ , determine  $v(t)$  através do limite da velocidade média quando  $\Delta t$  tende para zero.

$$\bar{v} = \frac{c(t + \Delta t)^2 - ct^2}{\Delta t} = \frac{c(t^2 + 2t\Delta t + \Delta t^2) - ct^2}{\Delta t} = \frac{c(2t\Delta t + \Delta t^2)}{\Delta t} = \frac{\Delta t(c \times 2t + c \times \Delta t)}{\Delta t} = c \times 2t + c \times \Delta t$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (c \cdot 2t + c \cdot \Delta t) = 2ct$$

**Exercício 1:** Complete a tabela, indicando qual é a função  $v(t)$  para cada  $s(t)$  fornecida

$s(t)$ em cm, s	$v(t)$ em cm,s
$15 t^2$	
$-52 t^2$	
$3 t^2$	
$300 t^2$	

Vejamos agora o cálculo da velocidade instantânea do corpo num instante  $t$  genérico, sendo o movimento dado por  $s(t) = t$  (cm,s), completando a tabela abaixo.

$\Delta t$ em seg.	$\Delta s$ em cm	$\bar{v} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$ em cm/s
0,1	$(t+0,1) - t = 0,1$	$\frac{(t + 0,1) - t}{0,1} = \frac{0,1}{0,1} = 1$
0,01	$(t+0,01) - t = 0,01$	$\frac{(t + 0,01) - t}{0,01} = \frac{0,01}{0,01} = 1$
0,001	$(t+0,001) - t = 0,001$	$\frac{(t + 0,001) - t}{0,001} = \frac{0,001}{0,001} = 1$
0,0001	$(t+0,0001) - t = 0,0001$	$\frac{(t + 0,0001) - t}{0,0001} = \frac{0,0001}{0,0001} = 1$
0	0	= 1

**Exercício 2:** Para a função  $s(t) = 20t$  (cm,s), determine a velocidade instantânea no instante  $t$  genérico, usando o limite da velocidade média.

$$\bar{v} = \frac{20(t + \Delta t) - 20t}{\Delta t} = \frac{20(\Delta t)}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left( \frac{20 \cdot \Delta t}{\Delta t} \right) = 20$$

**Exercício 3:** Para a função  $s(t) = 50$  cm, preencha a tabela a seguir, relativa ao cálculo do limite da velocidade média entre um instante  $t$  genérico e  $t + \Delta t$ .

$\Delta t$ em seg.	$\Delta s$ em cm	$\bar{v} = \frac{s(t + \Delta t) - s(t)}{\Delta t}$ em cm/s
0,1	$s(t+0,1) - s(t) = 50 - 50 = 0$	$(50 - 50)/0,1 = 0$
0,01	$s(t+0,01) - s(t) = 50 - 50 = 0$	$(50 - 50)/0,01 = 0$
0,001	$s(t+0,001) - s(t) = 50 - 50 = 0$	$(50 - 50)/0,001 = 0$
0,0001	$s(t+0,0001) - s(t) = 50 - 50 = 0$	$(50 - 50)/0,0001 = 0$
0	0	= 0

**Exercício 4:** Complete a tabela abaixo:

$s(t)$ em cm	$v(t)$ em cm,s
7	
32	
-150	

**Resumo:**

$s(t)$ : coordenada de posição	$v(t)$ : velocidade instantânea
$s(t) = c$ , $c$ constante	$v(t) = 0$
$s(t) = c t$ , $c$ constante	$v(t) = c$
$s(t) = c t^2$ , $c$ constante	$v(t) = 2ct$
$s(t) = c t^3$ , $c$ constante	$v(t) = 3ct^2$

**Exercício 4:** Dê a função que descreve a velocidade instantânea num instante genérico  $t$ :

a)  $s(t) = 54 + 14 t^2$  (cm,s)  $v(t) =$

b)  $s(t) = -25 t - 42 t^2$  (m,s)  $v(t) =$

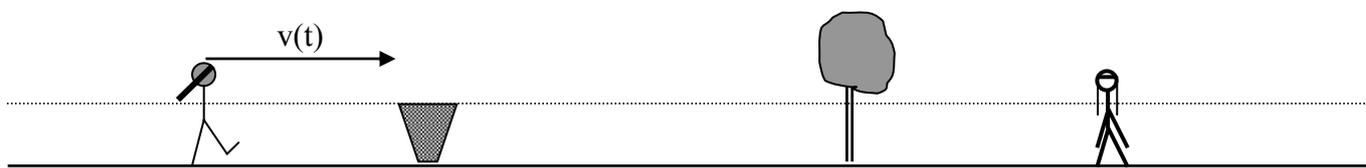
c)  $s(t) = 15 + 40 t + 2 t^2$  (km,h)  $v(t) =$

d)  $s(t) = -120 + 85 t$  (cm,s)  $v(t) =$

**Exercício 5:** O movimento de um corpo é descrito pelo observador **A** através da função  $s_A(t) = 65 + 47t + 22 t^2$  (cm,s). O observador **B** escolhe o ponto  $R'$ , cuja coordenada vista por **A** é  $s_{R'} = -30$  cm, e usa a mesma convenção de sinais. A coordenada de posição de **B** é  $s_B(t)$ . Dê as funções  $v_A(t)$  e  $v_B(t)$  que descrevem a velocidade instantânea do corpo segundo **A** e **B**, respectivamente.

### Representação de $v(t)$ : seta

Numa figura que mostra o sistema físico, a velocidade num dado instante é representada por uma seta. O sentido da seta é o do movimento, conforme é visto no mundo físico real (laboratório).



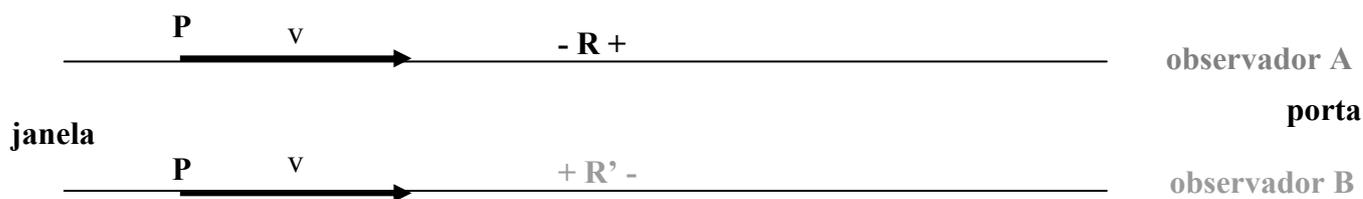
No instante  $t$  a menina move-se em direção à árvore. A seta é uma representação da velocidade instantânea,  $v(t)$ , da menina. O tamanho da seta é arbitrário, quando não se estabelece uma escala de velocidades, ou dado por uma escala, quando esta for estabelecida

### Sinal da velocidade

Que sinal atribuiremos a  $v(t)$ ? Qual a relação entre *sentido* e *sinal*? São perguntas que responderemos a seguir.

Para um certo *sentido* de movimento, o *sinal* da velocidade é determinado pelo observador, levando-se em conta a convenção de sinais adotada.

Nos exemplos abaixo, P representa o carrinho movendo-se no sentido da janela para a porta (pontos do laboratório, do mundo físico real); a seta representa a velocidade  $v$  e mostra o *sentido* do movimento na trajetória retilínea. Os desenhos foram feitos por dois observadores, A e B.



### Exercício 6:

a) Levando em conta que a velocidade é a taxa instantânea de variação da coordenada de posição, complete com as palavras positiva ou negativa conforme o caso:

A velocidade do corpo é \_\_\_\_\_ para o observador A, sendo \_\_\_\_\_ para o observador B.

b) Marque V(verdadeiro) ou F(falso)

( ) o sentido da seta da velocidade é dado pelo observador, de acordo com a convenção escolhida.

( ) o sentido da seta da velocidade é determinado pelo movimento do corpo.

( ) dada uma seta representando a velocidade, o sinal da velocidade é dado pelo observador, de acordo com a convenção escolhida.

### Exercício 7:

Para um certo observador, um movimento é descrito pela função  $s(t) = 20 - 34t$  (m,s).

a) A taxa de variação da coordenada de posição é \_\_\_\_\_ (*positiva, negativa*). Seu valor absoluto é \_\_\_\_\_ (complete).

### Exercício 8:

Um carro move-se de A para B, entre os instantes 0 e 10s. A posição do carro é representada por um ponto em sua dianteira. As convenções adotadas pelo observador estão indicadas na FIG. 1. O módulo da velocidade em  $t=0$  é de 40 m/s. O módulo da velocidade em B é de 5 m/s. Suponha que a velocidade nesse intervalo é variável, mudando linearmente com  $t$ .



a) Determine as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  da função linear  $v(t) = \alpha + \beta t$  que representa a velocidade do carro entre A e B e escreva sua forma final, com as constantes determinadas (indique as unidades na resposta).

b) Faça o gráfico simplificado  $v-t$  para o intervalo  $0 \leq t \leq 10s$ , indicando  $t=0$  e  $t=10s$  no gráfico.

c) Por quê não foi necessário, para resolver este exercício, especificar a escala para distâncias da Figura ?

### Exercício 9:

Considere o exemplo:  $v(t) = 120 + 300 t$  (m,s). Qual é a unidade da grandeza cujo valor numérico é 300?

### Aceleração

Quando a velocidade de uma partícula varia, diz-se que a partícula sofreu uma aceleração (ou foi acelerada). Para movimentos ao longo de um eixo, a aceleração média  $a_{\text{méd}}$  ou  $\bar{a}$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$  é:

$a_{\text{méd}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$  onde a partícula tem velocidade  $v_1$  no instante  $t_1$  e velocidade  $v_2$  no instante  $t_2$ . Da mesma forma quer a velocidade instantânea, pode ser mostrado que a aceleração instantânea (ou simplesmente aceleração) é dada por:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \bar{a} = \frac{dv}{dt}$$

Ou seja, a aceleração de uma partícula em qualquer instante é a taxa com a qual a velocidade está variando nesse instante. Graficamente, a aceleração em qualquer ponto é a inclinação da curva  $v(t)$  nesse ponto.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{ds}{dt} \right) = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Em outras palavras, a aceleração de uma partícula em qualquer instante é a derivada segunda da posição  $s(t)$  em relação ao tempo.

### Exercício 10:

Neste exemplo, é dada a função  $v(t)$  ou  $s(t)$  para alguns movimentos. Dê a aceleração em cada caso:

- a)  $v(t) = 120 - 150t$  (cm,s)
- b)  $v(t) = 12450t - 30$  (km,h)
- c)  $v(t) = -20 + 3,5t$  (m,s)
- d)  $s(t) = 345 - 73t + 42 t^2$  (m,s)

## Exercício 11:

Após receber um impulso rápido o carrinho da Figura abaixo adquire velocidade de 104 cm/s. A figura mostra a o carrinho no instante  $t=0$ , imediatamente após receber o impulso, a referência R e convenção de sinais do observador.

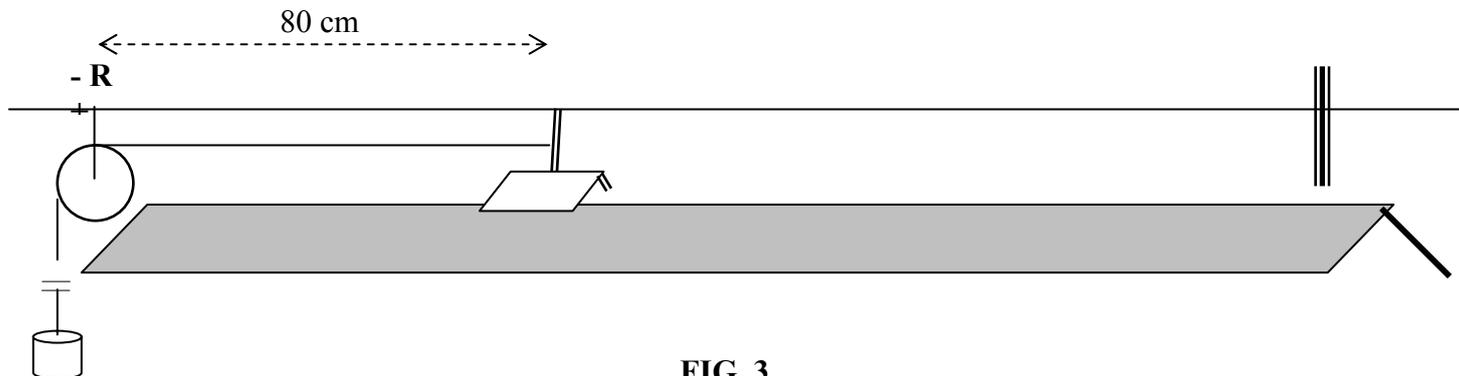


FIG. 3

Sabendo que o carrinho bate no anteparo 2,0 s depois com velocidade de 8cm/s, obtenha a aceleração e dê a função  $s(t)$  que descreve a coordenada de posição desde  $t=0$  até bater no anteparo. Determine a coordenada de posição do anteparo.

$$s(t) = \quad ( \quad ) \text{ para } 0 \leq t \leq 2,0 \text{ s}$$

$$s_A =$$

### *Aceleração, sentido e sinal.*

Vimos que o *sentido* da velocidade é dado pelo movimento do corpo enquanto que o *sinal* dessa grandeza é determinado pelo observador, levando em conta o sentido. O sentido da velocidade é representado por uma *seta* no desenho da situação física. **O sentido da aceleração será também representado por uma seta.**

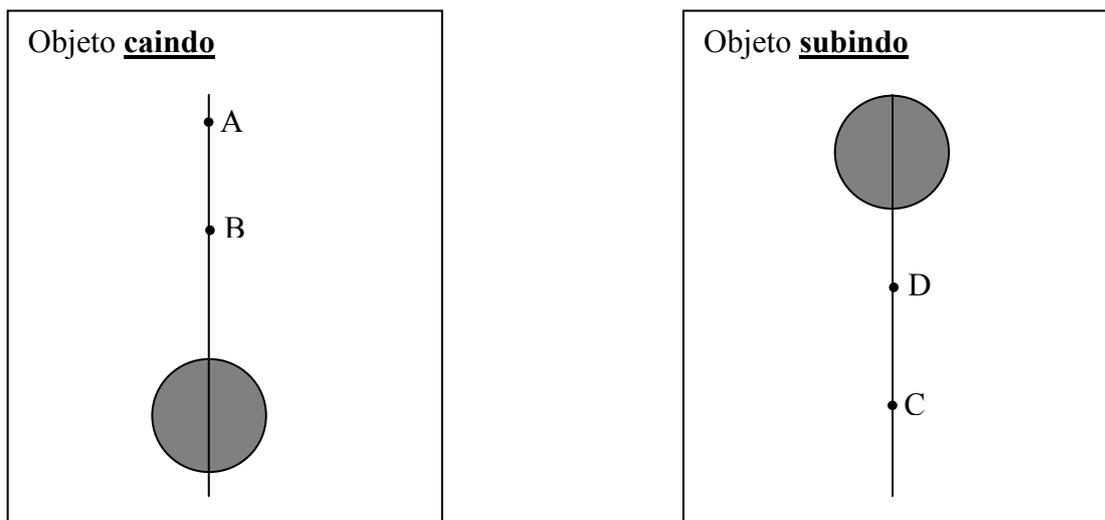
### **O sentido da aceleração.**

A aceleração é a taxa instantânea de variação da velocidade. Para determinar seu *sentido* num movimento precisamos olhar de que modo varia a velocidade. Para um dado movimento, o *sentido* da aceleração não depende do observador.

O *sentido* da seta da aceleração, num dado instante de tempo  $t$ , está ligado à variação do **módulo** da velocidade naquele instante. É possível determinar o sentido da seta da aceleração, mesmo sem conhecer a convenção de sinais adotada pelo observador, usando o seguinte procedimento. Veja o próximo exercício.

**Exercício 12: Um fenômeno conhecido: aceleração da gravidade.**

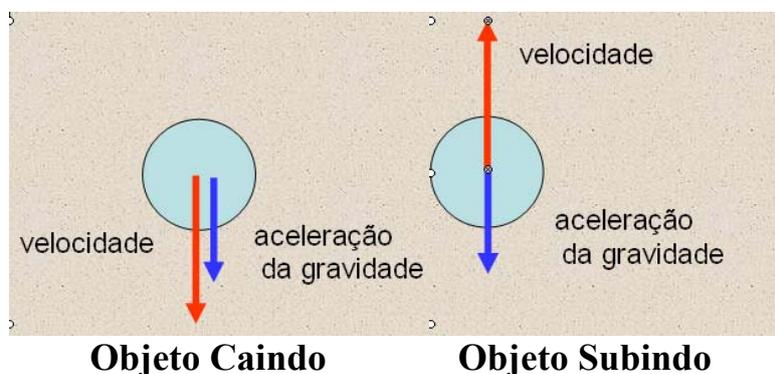
(a) A aceleração da gravidade tem um sentido bem definido: para baixo. Representa-se, então, a aceleração da gravidade por uma seta apontada para baixo. Nas figuras a seguir, desenhe a seta da aceleração da gravidade. As setas devem ter origem no centro do objeto esférico.



(b) Sejam A, B, C e D posições da esfera durante a trajetória (a esfera passa antes por A num caso e por C no outro). Represente a velocidade do corpo nos pontos A e B, em cada figura. A escala é arbitrária mas os tamanhos das setas devem representar crescimento ou decrescimento da velocidade, conforme o caso.

(c) Baseando-nos no que foi feito nos itens (a) e (b), definiremos um procedimento geral para encontrar o sentido da seta da aceleração. O procedimento geral está escrito a seguir. Complete as frases com as expressões “o mesmo sentido” ou “sentido contrário” conforme o caso.

**Solução:**



Procedimento geral para determinar a o sentido da seta da aceleração:

- movimentos em que o módulo da velocidade crece:  
as setas da aceleração e da velocidade têm **MESMO SENTIDO**

- movimentos em que o módulo da velocidade decrece:  
as setas da aceleração e da velocidade têm **SENTIDOS CONTRÁRIOS**

### Exercício 13:

a) Um carro se move numa trajetória retilínea e o módulo de sua velocidade varia com taxa constante. Isto quer dizer que a aceleração do carro é constante. Entre A e B as setas que representam a velocidade do carro em certas posições do mesmo estão indicadas na figura abaixo. (Já está corrigido).

(a) Desenhe em cada posição uma seta representando a aceleração  $a$  do carro naquele instante.

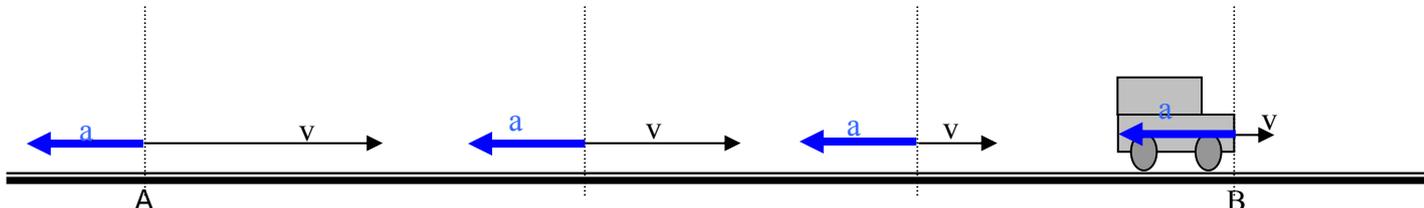


FIG. 1(a)

As setas azuis representam as acelerações em cada instante pedido. As setas têm o mesmo tamanho pois é dito que nesse movimento a aceleração é constante.

b) Desenhe as setas da aceleração para o movimento representado na FIG. 1(b). O carro se move de B para A e o módulo de sua velocidade varia com taxa constante.

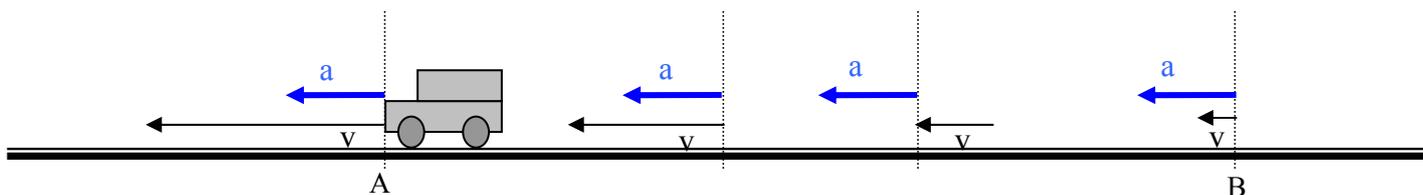


FIG. 1(b)

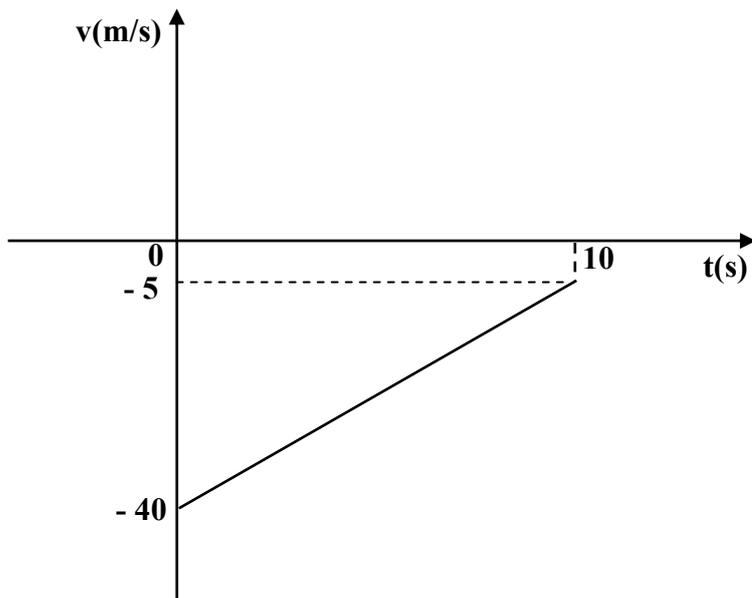
**AS SETAS AZUIS REPRESENTAM AS ACELERAÇÕES EM CADA INSTANTE PEDIDO. AS SETAS TÊM O MESMO TAMANHO POIS É DITO QUE NESSE MOVIMENTO A ACELERAÇÃO É CONSTANTE.**

### O sinal da aceleração.

Dado um certo movimento, o *sinal* da aceleração é determinado pelo observador, de acordo com a sua convenção de sinais. Para determinar corretamente o *sinal* da aceleração é necessário usar a definição dessa grandeza,  $a(t) = v'(t)$ . O *sinal* da aceleração no instante  $t$  será igual ao *sinal* da derivada  $v'(t)$  nesse instante.

### Exercício 14:

Foi estudado o movimento de um carro por um certo observador, tendo sido obtida por esse observador a função  $v(t)$  dada pelo gráfico abaixo.



a) Calcule a aceleração do carro;

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = 3,5 \text{ m/s}^2.$$

b) Marque V(verdadeiro) ou F(falso). Nesse movimento, entre  $t=0$  e  $t=10$ s:

- ( ) o módulo da velocidade aumenta e a aceleração é positiva
- ( ) o módulo da velocidade aumenta e a aceleração é negativa
- ( ) o módulo da velocidade diminui e a aceleração é positiva.
- ( ) -o módulo da velocidade diminui e a aceleração é negativa.

F F V F

### Exercício 15:

Suponhamos que durante os primeiros instantes do movimento de um foguete, que se inicia no lançamento ( $t=0$ ), sua trajetória seja retilínea. Suponhamos ainda que nesse trecho do movimento a seguinte função representa a coordenada de posição do foguete (ponto P qualquer do corpo do foguete) para um certo observador:

$$s(t) = 1500 t^2 - 5 t^3 \quad (\text{m,s})$$

a) Qual é a unidade da grandeza cujo valor é  $-5$ ?

$\text{m/s}^3$

b) Dê as funções  $v(t)$  e  $a(t)$  para esse trecho.

$$\begin{aligned} v(t) &= s'(t) ; v(t) = 3000 t - 15 t^2 \text{ (m,s)} \\ a(t) &= v'(t) ; a(t) = 3000 - 30 t \text{ (m,s)} \end{aligned}$$

c)Quais são as condições iniciais do movimento?

$$s(0) = 0 ; v(0) = 0.$$

d)Calcule a aceleração do foguete em t=0 e em t=50s.

$$a(0) = 3000 \text{ m/s}^2; a(50\text{s}) = 1500\text{m/s}^2.$$

e)Qual é a velocidade do foguete no instante em que a aceleração é igual a zero?

$$a(t_0) = 0 ; 3000 - 30 t_0 = 0 \Rightarrow t_0 = 100 \text{ s};$$

$$v(t_0) = v(100\text{s}) = 3000 \times 100 - 15 (100^2) = 150\,000 \text{ m/s}.$$

### Exercício 16:

Um corpo move-se numa trajetória retilínea e seu movimento é estudado por dois observadores. O **observador 1** usa a referência **R**; o **observador 2** usa a referência **R'**. Os pontos **R** e **R'**, bem como as respectivas convenções de sinal estão mostrados na **Fig. 3**. A distância entre **R** e **R'** é de 150 m. O movimento foi estudado no intervalo de tempo  $0 \leq t \leq 4\text{s}$ .



Fig. 3

Para o **observador 1**, a velocidade do corpo num dado instante  $t$ , no intervalo  $0 \leq t \leq 4\text{s}$ , é dada pela função  $v(t) = 72 - 54t$  (m,s). Em  $t=0$  o corpo está a 95 m de **R** e no trecho de trajetória situado entre **R** e **R'**.

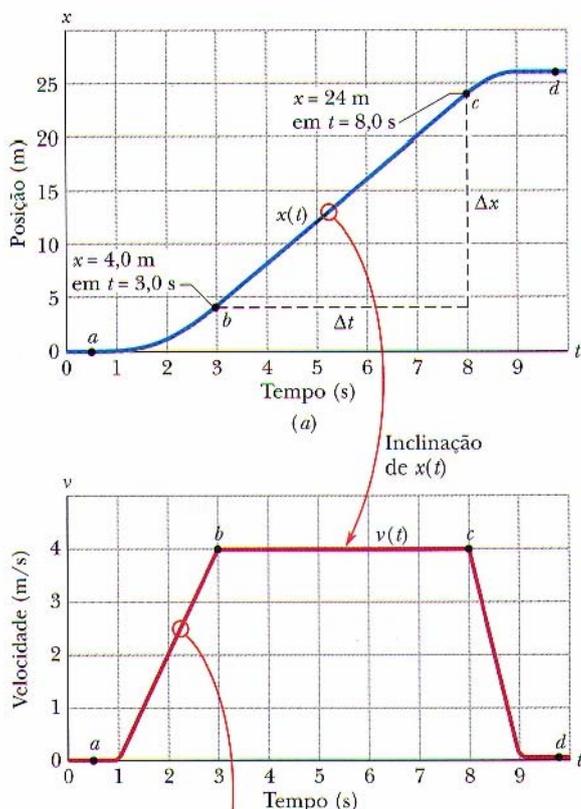
Marque **V**(verdadeiro), **F**(falso) ou **X**(branco) ao lado de cada uma das afirmações.

- para o **observador 1** a velocidade média do corpo é - 54 m/s.
- em  $t=0$  o corpo move-se no sentido de **R'** para **R**.
- a função  $s(t)$  que descreve a coordenada de posição do corpo, para o **observador 1**, é  $s(t) = -95 + 72t - 27 t^2$  (m,s), no intervalo  $0 \leq t \leq 4\text{s}$ .
- a função  $s(t)$  que descreve a coordenada de posição do corpo, para o **observador 1**, é  $s(t) = - 95 + 72t - 108 t^2$  (m,s), no intervalo  $0 \leq t \leq 4\text{s}$ .
- as condições iniciais do movimento para o **observador 1** são  $s(0)=0, v(0)=0$ .
- no instante em que o corpo pára sua aceleração é igual a zero.
- no instante  $t = \frac{8}{3}$  s, a velocidade do corpo, segundo o **observador 2** é 72 m/s.
- o módulo da velocidade diminui sempre, durante o intervalo  $0 \leq t \leq 4\text{s}$ .
- para ambos os observadores, a aceleração do corpo é constante e vale - 54  $\text{m/s}^2$ .
- a função  $y(t)$  que descreve a coordenada de posição do corpo, para o **observador 2**, é  $y(t) = - 55 - 72t + 27 t^2$  (m,s), no intervalo  $0 \leq t \leq 4\text{s}$ .
- a seta mostrada na figura, representa a velocidade do corpo ao passar pelo ponto **A**, conforme foi desenhada pelo **observador 1**; o desenho feito pelo **observador 2** para representar a velocidade no ponto **A** teria sentido contrário ao que é mostrado na fig.
- ao passar pelo ponto **A**, a 50 m do ponto **R**, com velocidade de sentido igual ao mostrado na **FIG. 1**, a velocidade obtida pelo **observador 2** é igual a -18 m/s.
- entre  $t=0$  e  $t=4\text{s}$ , o corpo passa uma vez pelo ponto **R'**.
- a partir dos dados do problema pode-se afirmar que o módulo da velocidade do corpo no instante  $t=5\text{s}$  é igual a 198 m/s para ambos os observadores.
- a partir dos dados do problema nada se pode afirmar a respeito da velocidade do corpo no instante  $t = 5\text{s}$  para qualquer um dos observadores.

**Resp: FVVFFFVFFVFFVFFV**

## Exercícios Propostos:

1) A figura (a) mostra o gráfico  $x(t)$  de um elevador que, depois de passar algum tempo parado, começa a se mover para cima (que tomamos como sendo o sentido positivo de  $x$ ) e depois pára novamente. Plote  $v(t)$ .



Podemos determinar a velocidade em qualquer instante calculando a inclinação da curva  $x(t)$  nesse instante. A inclinação de  $x(t)$ , e também a velocidade, é zero nos intervalos de 0 a 1 s e de 9 s em diante, já que o elevador está parado nesses intervalos. Durante o intervalo  $bc$ , a inclinação é constante e diferente de zero, o que significa que o elevador se move com velocidade constante. A inclinação de  $x(t)$  é dada por:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v = \frac{24 \text{ m} - 4,0 \text{ m}}{8,0 \text{ s} - 3,0 \text{ s}} = + 4,0 \text{ m/s.}$$

O sinal positivo significa que o elevador está se movendo no sentido positivo de  $x$ . Estes intervalos (nos quais  $v = 0$  e  $v = 4$  m/s) estão plotados na figura (b). Além disso, como o elevador começa a se mover a partir do repouso e depois reduz a velocidade até parar,  $v$  varia da forma indicada nos intervalos de 1 s a 3 s e de 8 s a 9 s. Assim, a figura b é o gráfico pedido.

2) A posição de uma partícula que se move em um eixo é dada por:  $x = 7,8 + 9,2t - 2,1 t^3$ , com  $x$  em metros e  $t$  em segundos. Qual é a velocidade da partícula em  $t = 3,5$  s? A velocidade é constante ou está variando continuamente?

3) As equações a seguir fornecem a posição  $x(t)$  de uma partícula em quatro casos (em todas as equações,  $x$  está em metros,  $t$  em segundos e  $t > 0$ ): (1)  $x = 3t - 2$ ; (2)  $x = -4t^2 - 2$ ; (3)  $x = 2/t^2$ ; (4)  $x = -2$ . (a) Em que caso(s) a velocidade  $v$  da partícula é constante? (b) Em que caso(s) a velocidade  $v$  é no sentido negativo do eixo  $x$ ?

## Referencias:

- Halliday, Resnick & Walker, "Fundamentos da Física – Vol 1", 8ª Ed, Editora LTC.
- Notas de Aula na disciplina Mecânica Newtoniana A – Coordenadora e autora das apostilas: Maria Oswald Machado de Mattos. - [http://www.fis.puc-rio.br/mariaoswald\\_ing.php](http://www.fis.puc-rio.br/mariaoswald_ing.php)
- Física do Movimento: observar, medir, compreender. Autora: Maria Matos. Editora: PUC-Rio.