

PARTE A – Capítulo 5**Fluidos. Introdução a hidrostática e hidrodinâmica.**

Objetivos: Nesta aula abordaremos o estudo dos fluidos. Faremos uma introdução a hidrostática e hidrodinâmica. Veremos conceitos como tensão superficial, escoamento, viscosidade difusão e osmose.

1 – Fluidos

Na natureza, a matéria apresenta-se nos estados sólido, líquido ou gasoso. Nos estados líquido ou gasoso, a matéria é denominada *fluido*, não tendo forma definida (como acontece no estado sólido). Enquanto, no estado líquido, o volume da matéria pode ser definido, no estado gasoso pode não acontecer o mesmo. A densidade ρ é uma quantidade muito importante para caracterizar a matéria. Em geral, para um fluido, $\rho = f(P,T)$ é uma função da pressão P e da temperatura T do fluido.

A água é encontrada nos três estados. No estado líquido, a uma temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ e pressão de 1 atmosfera, sua densidade ρ_a tem o valor

$$\rho_a = 1000\text{ kg/m}^3 = 1\text{ kg/l} = 1\text{ g/cm}^3.$$

Qualquer corpo com densidade ρ , ao ser colocado sobre a água, *submergirá* se $\rho > \rho_a$ ou *flutuará* se $\rho < \rho_a$. Por exemplo, a uma pressão de 1 atmosfera, temos o resultado abaixo.

	$\rho_{\text{liq}} \times 10^3\text{ (kg/m}^3\text{)}$	$\rho_{\text{gas}}\text{ (kg/m}^3\text{)}$
Água pura	1,00 ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$)	0,596 ($100\text{ }^{\circ}\text{C}$)
Ar	1,14 ($-183\text{ }^{\circ}\text{C}$)	1,3 ($0\text{ }^{\circ}\text{C}$)
Sangue	1,05 ($37\text{ }^{\circ}\text{C}$)	

Uma propriedade muito utilizada para avaliarmos os efeitos de um fluido é a *pressão* P produzida pelo fluido sobre os materiais que estão em torno dele. Como, por definição, a *pressão* é a força exercida pelo fluido por unidade de área, sua unidade no SI será $\text{N/m}^2 = 1\text{ pascal (Pa)}$. Além do pascal, existem outras unidades em uso para quantificar a pressão, como listamos a seguir:

- ♦ *Bar*: muito utilizado na meteorologia, $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.
- ♦ *Torr*: muito utilizado na tecnologia de vácuo, $1 \text{ torr} = 133,3 \text{ Pa}$.
- ♦ *Libra por polegada quadrada*: mais utilizada na engenharia, $1 \text{ lb/pol}^2 = 6,89 \times 10^3 \text{ Pa}$.
- ♦ *Centímetros de água*: $1 \text{ cm de H}_2\text{O} = 98 \text{ Pa}$.
- ♦ *Milímetros de mercúrio*: $1 \text{ mm de Hg} = 133,3 \text{ Pa}$.

2 – Introdução à hidrostática (pressão atmosférica e pressão hidrostática)

Todo corpo que se encontra sobre ou acima da superfície terrestre experimenta uma *pressão* da *atmosfera* ou peso do ar. Cada metro quadrado da superfície terrestre *ao nível do mar* experimenta uma força, correspondente ao peso do ar, da ordem de 10^5 N . A pressão produzida por essa força é denominada *uma atmosfera* (1 atm), e seu valor no SI é $1 \text{ atm} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$.

Na Figura 6.1 apresentamos um gráfico da altura em que se encontra um corpo em relação ao nível do mar em função do percentual de ar atmosférico que o corpo suporta a essa altura. Nesse gráfico, observamos que todo corpo que se encontra a uma altura de 16 km sobre o nível do mar suportará aproximadamente 10% do ar atmosférico.

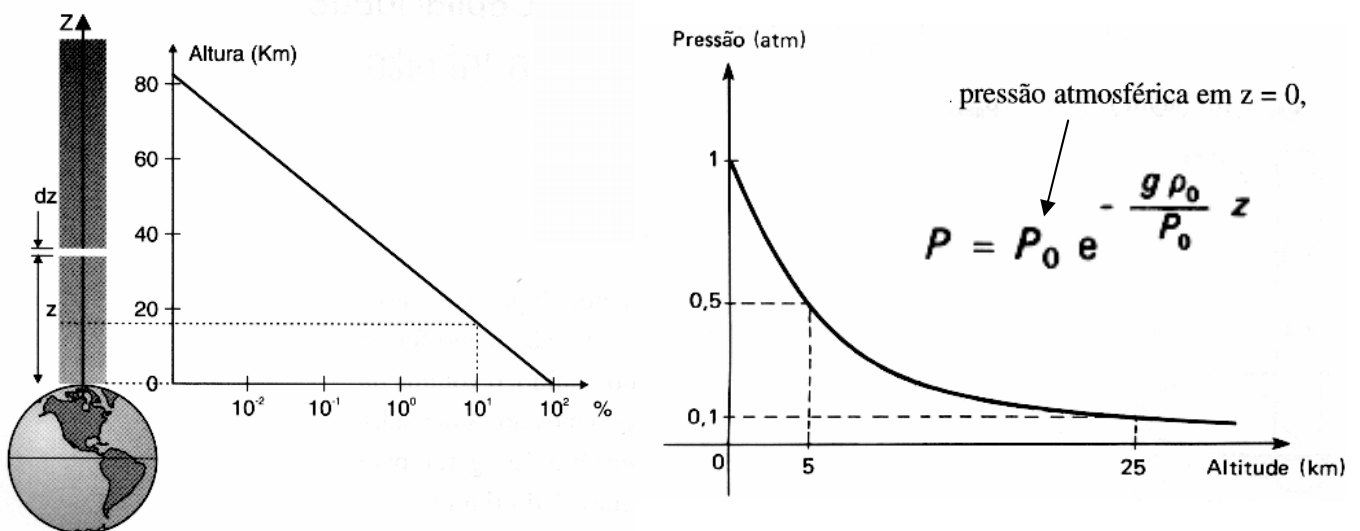


Figura 6.1 Como a densidade do fluido atmosférico diminui conforme nos afastamos da Terra, a pressão atmosférica dependerá da distância em relação à superfície terrestre.

Quando um corpo com massa m e densidade ρ é introduzido em um líquido com densidade ρ_0 , ele sofre uma pressão devido ao fluido. O valor dessa pressão dependerá da distância do corpo em relação à superfície do líquido e do valor ρ_0 . De acordo com a Figura 6.2, se o paralelepípedo retangular de espessura Δy estiver em equilíbrio, então, $F_1 + m \cdot g = F_2$.

Se P_1 e P_2 forem as pressões exercidas pelo fluido a uma distância y_1 e y_2 do nível superior do fluido, respectivamente, então as forças, devido ao fluido, sobre as superfícies de área A do corpo em relação às distâncias y_1 e y_2 , serão $F_1 = AP_1$ e $F_2 = AP_2$. Como a massa do corpo é $\rho \cdot A \cdot \Delta y$, então

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho \cdot g \Delta y.$$

Quando o corpo tem dimensões infinitesimais, e se ele for idêntico ao fluido, ou seja, se $\rho = \rho_0$, teremos que $(dP/dy) = \rho_0 \cdot g$. Logo, a *pressão absoluta* do fluido a uma profundidade y , em relação a seu nível superior, será

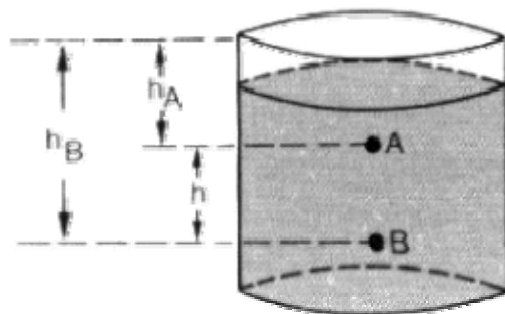
$$P = P_0 + \rho_0 \cdot g \cdot y.$$

Aqui, P_0 é a pressão na superfície do fluido, sendo, normalmente, a *pressão atmosférica*. ρ_0 foi considerado independente da pressão e da temperatura. A quantidade $(P - P_0)$ é denominada *pressão padrão* ou *pressão manométrica**

Os medidores de pressão mais utilizados são o barômetro e o manômetro de mercúrio. Nesses aparelhos, a pressão exercida por uma coluna de 1 mm de mercúrio é denominada 1 torricelli (1 Torr); logo, 1 mm de mercúrio = 133,3 Pa.

2.1 – Princípio fundamental da hidrostática ou Teorema de Stevin ($\Delta P = \rho gh$)

"A diferença entre as pressões em dois pontos dentro de um líquido em equilíbrio é igual ao produto da massa específica do líquido (ou densidade do líquido) pelo módulo da aceleração da gravidade do local onde é feita a observação, pela diferença entre as profundidades consideradas."



Simbolicamente, temos:

$$P_A - P_B = (P_0 + \rho gh_A) - (P_0 + \rho gh_B) = \rho gh$$

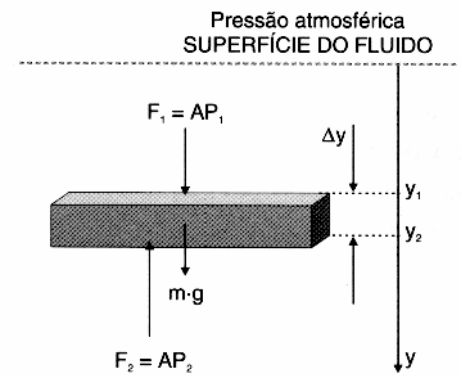


Figura 6.2 Para determinarmos a pressão do fluido a uma distância y de sua superfície, introduzimos um corpo uniforme no interior do fluido. Posteriormente, fazemos com que a espessura $\Delta y \rightarrow 0$.

Esta equação é chamada de teorema de Stevin e é o princípio fundamental da hidrostática. A partir deste teorema podemos concluir três propriedades:

1) A pressão aumenta com a profundidade. Para pontos situados na superfície livre, a pressão correspondente é igual à exercida pelo gás ou ar sobre ela. Se a superfície livre estiver ao ar atmosférico, a pressão correspondente será a pressão atmosférica, p_{atm} .

2) Pontos situados em um mesmo líquido e em uma mesma horizontal ficam submetidos à mesma pressão.

3) A superfície livre dos líquidos em equilíbrio é horizontal.

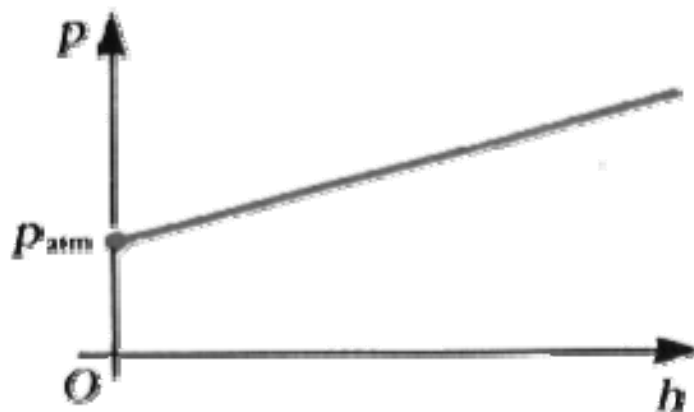


Figura – Teorema de Stevin. Gráfico típico da variação da pressão p dentro de um líquido em função da profundidade h .

Vasos comunicantes

Uma das aplicações do Teorema de Stevin são os vasos comunicantes. Num líquido que está em recipientes interligados, cada um deles com formas e capacidades diversas, observaremos que a altura do líquido será igual em todos eles depois de estabelecido o equilíbrio. Isso ocorre porque a pressão exercida pelo líquido depende apenas da altura da coluna.

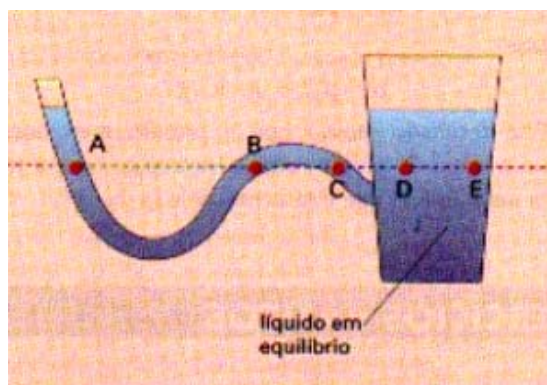


Figura – Vasos comunicantes.

As demais grandezas são constantes para uma situação desse tipo (pressão atmosférica, densidade e aceleração da gravidade). As caixas e reservatórios de água, por exemplo, aproveitam-se desse princípio para receberem ou distribuírem água sem precisar de bombas para auxiliar esse deslocamento do líquido.

2.2 – Princípio de Pascal (prensa hidráulica)

Pelo que foi exposto anteriormente, pode-se verificar que a variação de pressão de um ponto a outro de um fluido em repouso depende da diferença de nível entre eles e da densidade do fluido. Assim, se houver um aumento de pressão num ponto de um fluido contido num recipiente, pela ação de uma pressão externa, esse aumento se transmitirá a todos os outros pontos do fluido, inclusive às paredes do recipiente. Esse fato foi inicialmente estabelecido pelo francês Blaise Pascal (1623–1662) e é conhecido como *Princípio de Pascal*. No entanto, ele é mais uma consequência natural das leis da mecânica dos fluidos do que um princípio.

A transmissão do aumento de pressão é instantânea em líquidos, devido a sua incompressibilidade. A validade desse princípio também se mantém para fluidos compressíveis desde que o equilíbrio tenha se estabelecido.

Uma aplicação do Princípio de Pascal é a prensa hidráulica, que consiste de dois cilindros, de seções A_1 e A_2 , $A_1 < A_2$, interligados e contendo um líquido, como ilustra a Figura 19.7. Ao se aplicar uma força \vec{F}_1 sobre o pistão colocado no cilindro de seção menor, o líquido fica sujeito à pressão P_1 dada por

$$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$$

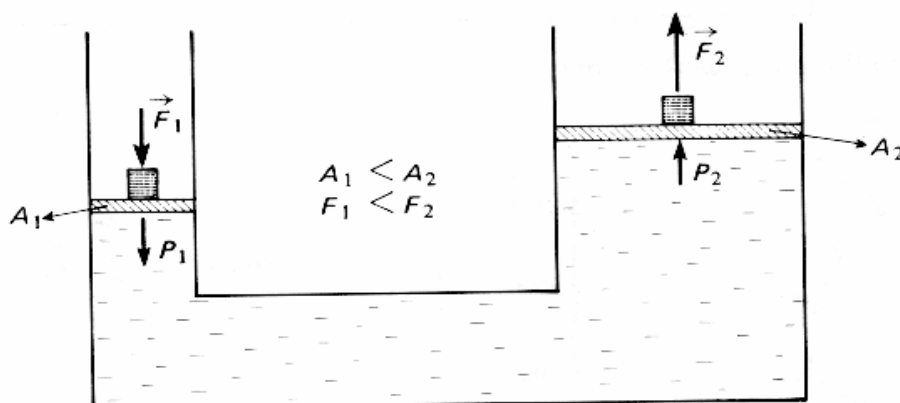


Figura 19.7 – Prensa hidráulica.

A pressão P_1 sobre a área A_1 é transmitida para A_2 :

$$P_1 = P_2$$

Como

$$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$$

assim,

$$F_2 = F_1 \frac{A_2}{A_1}$$

Isso significa que, aplicando-se uma força \vec{F}_1 no pistão de área A_1 , a intensidade da força \vec{F}_2 , exercida no pistão de área A_2 , será igual à intensidade F_1 aumentada de um fator A_2/A_1 , para $A_2 > A_1$.

Por exemplo, se o raio de A_1 for 0,5 cm, o raio de A_2 for 4,0 cm e a força F_1 for 50 N, a força F_2 , sobre o pistão maior, será

$$F_2 = \frac{\pi (4,0)^2}{\pi (0,5)^2} \times 50 = 3\,200 \text{ N}$$

Isto é, F_1 será amplificada 64 vezes.

2.3 – Princípio de Arquimedes

"Todo corpo mergulhado num fluido em repouso sofre, por parte do fluido, uma força vertical para cima, cuja intensidade é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo."

Quando um corpo com volume V e massa m está flutuando dentro de um líquido com densidade ρ , a massa do fluido deslocado por este corpo será $\rho \cdot V$. Logo, o peso do fluido deslocado será $\rho \cdot g \cdot V$. De acordo com o princípio de Arquimedes *o empuxo, ou força de flutuação, exercido por um fluido sobre um objeto é igual ao peso do fluido deslocado pelo objeto*. Assim, o corpo experimenta um empuxo cuja magnitude é $E = \rho \cdot g \cdot V$.

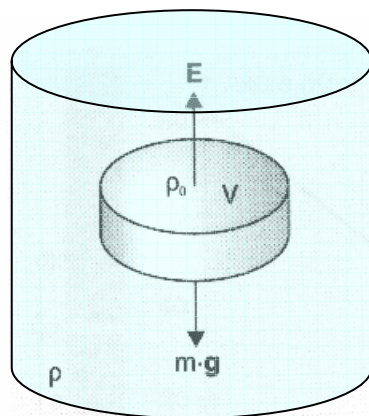


Figura 6.4 Um corpo com densidade ρ_0 , ao flutuar em um fluido com densidade ρ , experimentará um empuxo E .

Na Figura 6.4 apresentamos um corpo com densidade ρ_0 , flutuando dentro de um líquido com densidade ρ . A força total exercida sobre este corpo será $F = E - m \cdot g$. A magnitude dessa força é $F = \rho \cdot g \cdot V - \rho_0 \cdot g \cdot V = (\rho - \rho_0) g \cdot V$.

Quando $\rho > \rho_0$, o sentido de F é para cima; portanto, o objeto flutuará. Se, em uma situação de equilíbrio, somente uma fração V' do corpo de volume V estiver dentro do fluido; então $\rho \cdot g \cdot V' = \rho_0 \cdot g \cdot V$ ou $V'/V = \rho_0/\rho$.

Toda vez que um peixe com massa m está em repouso dentro da água, a força total sobre ele é nula; portanto, $E = m \cdot g$. Como $E = \rho_a \cdot g \cdot V$ e $m = \rho_p \cdot V$, então $\rho_a = \rho_p$.

Ou seja, as densidades da água e do peixe serão as mesmas. Alguns peixes possuem uma bexiga natatória que lhes permite modificar sua densidade. Assim, eles podem ficar em repouso toda vez que quiserem.

Exemplo: Qual é a pressão de um fluido a uma profundidade de 10 m

- a) em um lago ($\rho_l = 1,0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)? e
 b) no mar ($\rho_m = 1,025 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)?

Resolução: Usando-se a equação

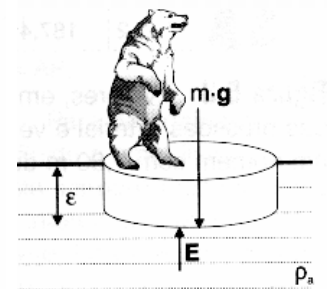
$$P = P_0 + \rho_0 \cdot g \cdot y.$$

- a) No lago: $P_0 + \rho_l \cdot g \cdot h = P_0 + 1,0 \times 10^3 \times 9,8 \times 10 \text{ Pa}$
 $= 1,99 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,97 \text{ atm.}$
 b) No mar: $P_0 + \rho_m \cdot g \cdot h = P_0 + 1,025 \times 10^3 \times 9,8 \times 10 \text{ Pa}$
 $= 2,02 \times 10^5 \text{ Pa} = 1,99 \text{ atm.}$

Exercício: Um urso polar com 300 kg encontra-se sobre um bloco de gelo ($\rho_g = 0,917 \text{ g/cm}^3$) com 50 cm de espessura. Qual deve ser a área da seção transversal do bloco para que o mesmo flutue totalmente na água ($\rho_a = 1,018 \text{ g/cm}^3$)?

Resolução: O volume do bloco de gelo será $V = \varepsilon A$, onde ε é a espessura do bloco e A a área de sua seção transversal. O peso do fluido deslocado pelo bloco será $\rho_a \cdot g \cdot \varepsilon \cdot A$, que é igual ao empuxo E exercido pelo fluido sobre o bloco de gelo. Como o peso do bloco é $\rho_g \cdot g \cdot \varepsilon \cdot A$, então a condição de equilíbrio implica em que $m \cdot g + \rho_g \cdot g \cdot \varepsilon \cdot A = \rho_a \cdot g \cdot \varepsilon \cdot A$.

$$\text{Logo, } A = m / \varepsilon (\rho_a - \rho_g) = 300 \text{ kg} / 0,5 \text{ m} (1018 - 917) \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 5,94 \text{ m}^2.$$



Exemplo 19.1 – Determine a percentagem do volume total V_i de um *iceberg* que está acima do nível do mar. As densidades do gelo ρ_g e da água do mar ρ_m são, respectivamente, $0,92 \text{ g/cm}^3$ e $1,03 \text{ g/cm}^3$.

Solução

A massa do *iceberg* é

$$m_i = \rho_g V_i$$

Seu peso é

$$W_i = m_i g = \rho_g V_i g$$

A massa do volume da água do mar V_m deslocado pelo *iceberg* é

$$m_m = \rho_m V_m$$

O empuxo é

$$E = m_m g = \rho_m V_m g$$

Como o *iceberg* está em repouso, é válida a igualdade

$$E = W_i$$

Logo,

$$\rho_m V_m g = \rho_g V_i g$$

$$\frac{V_m}{V_i} = \frac{\rho_g}{\rho_m} = \frac{0,92}{1,03} = 0,89$$

Como o volume da água do mar deslocado é igual ao da parte submersa do *iceberg*, a relação obtida indica que 89% do volume total do *iceberg* está abaixo do nível da água. Portanto, só 11% está acima do nível do mar.



Exercício: O plasma flui de uma bolsa através de um tubo até a veia de um paciente. A bolsa encontra-se 1,5 m acima do braço do paciente. Calcule:

- Qual é a pressão do plasma ao entrar na veia?
- Se a pressão sanguínea na veia for 12 mm de Hg, qual é a altura mínima em que a bolsa deve ser suspensa para que o plasma flua para dentro da veia?
- Supondo que um astronauta precise fazer uma transfusão sanguínea na Lua, qual deve ser a altura mínima da bolsa nesse caso? ($\rho_{\text{plasma}} = 1,05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ e $g_{\text{lua}} = 1,63 \text{ m/s}^2$.)

Resolução:

- A pressão exercida pelo plasma ao entrar na veia será a pressão manométrica $\rho_{\text{plasma}} \cdot g \cdot h = 1,05 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \times 9,8 \text{ m/s}^2 \times 1,5 \text{ m} = 1,54 \times 10^4 \text{ Pa} = 115,8 \text{ mm de Hg}$.
- Se a pressão na veia for 12 mm de Hg = $1,6 \times 10^3 \text{ Pa}$, a altura mínima em relação ao braço em que deve ser suspensa a bolsa com plasma satisfaz a relação $\rho_{\text{plasma}} \cdot g \cdot h_{\text{mín}} = 1,6 \times 10^3 \text{ Pa}$; logo, $h_{\text{mín}} = 0,155 \text{ m}$.
- No caso de o paciente encontrar-se na Lua, a altura mínima em relação ao braço em que deve ser suspensa a bolsa com plasma será $h_{\text{mín}} = 1,6 \times 10^3 \text{ Pa} / (\rho_{\text{plasma}} g_{\text{lua}}) = 0,935 \text{ m}$.

4 – Introdução a hidrodinâmica

O movimento (escoamento) dos fluidos é de extrema importância na biologia uma vez que é a partir de fluidos que nutrientes circulam dentro de um organismo (ex. circulação sanguínea). Além do escoamento dos fluidos, outros fenômenos como a viscosidade, tensão superficial, ação capilar difusão e osmose também são importantes.

De modo geral, o escoamento de um fluido não é descrito pelo movimento individual de cada uma de suas partículas, mas é especificado por sua densidade ρ e velocidade de escoamento ou de fluxo \vec{v} , numa posição \vec{r} e num instante t .

Se a velocidade \vec{v} do fluido em qualquer ponto for constante em relação ao tempo, ou seja, se todos os elementos infinitesimais de volume dV do fluido, que passarem por determinado ponto O_1 , tiverem sempre a mesma velocidade \vec{v}_1 , o escoamento se diz *permanente*. Nesse caso, em outro ponto O_2 , todos os elementos dV também passarão com uma mesma velocidade \vec{v}_2 , que, por sua vez, pode ser diferente daquela (\vec{v}_1) do ponto O_1 . Se as velocidades \vec{v}_i variarem com o tempo, isto é, se um elemento de volume passando por O_i possuir velocidade \vec{v}_i no instante t , e um outro elemento de volume passando por esse mesmo ponto possuir uma velocidade \vec{v}'_i diferente de \vec{v}_i , no instante posterior t' , o escoamento se diz *variado*.

Se a densidade de um fluido em movimento variar, ele é considerado *compressível*; caso contrário, diz-se que é *incompressível*. Apesar de os gases, por exemplo, serem altamente compressíveis, a variação de suas densidades pode ser desprezível em certos tipos de movimento. Quando isso acontece, o fluido pode ser considerado incompressível, como é o caso dos problemas estudados na aerodinâmica subsônica, onde as velocidades consideradas são menores que a do som no meio. Os líquidos são, em geral, incompressíveis. Assim, a incompressibilidade considerada nos estudos de escoamento não é propriedade intrínseca dos fluidos, mas está diretamente relacionada ao tipo de movimento que eles desenvolvem.

Se o fluido em estudo for incompressível e não apresentar resistência ao movimento, ele se diz *fluido ideal*.

O *fluxo* ou *vazão* Q de um fluido que escoa por uma tubulação, ou por um rio, é definido como o volume do fluido que passa por unidade de tempo por determinado ponto. Assim, o fluxo Q pode ser medido em m^3/s ou l/s .

Simbolicamente a vazão Q é escrita como

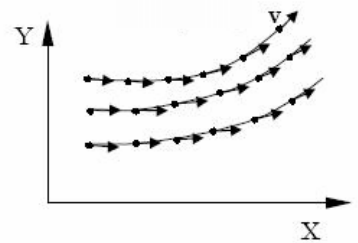
$$Q = \frac{A x}{\Delta t} = A v$$

onde A é a seção transversal do tubo, x é o espaço percorrido pelo fluido num tempo Δt e v é a velocidade do fluido.

4.1 – Princípio fundamental da hidrodinâmica ou Teorema de Bernolli

O **Teorema de Bernoulli** descreve o comportamento de um fluido movendo-se ao longo de uma linha de corrente e traduz para os fluidos o princípio da conservação da energia.

Obs. **Linha de corrente** é uma linha contínua traçada no líquido, o lugar geométrico dos pontos, que, num mesmo instante t considerado, mantém-se tangente em todos os pontos à velocidade V . Pode também ser definido como a família de curvas que, para cada instante de tempo, são as envolventes do campo de velocidades num fluido. A linha de corrente é correspondente diretamente à trajetória da partícula no fluido. O conjunto de todas as linhas de corrente que passam por uma pequena curva fechada é definido como um **tubo de corrente**.



Foi exposto por Daniel Bernoulli em sua obra *Hidrodinâmica* (1738) e expressa que num fluido ideal (sem viscosidade nem atrito) em regime de circulação por um conduto fechado, a energia que possui o fluido permanece constante ao longo de seu percurso. A energia de um fluido em qualquer momento consta de três componentes:

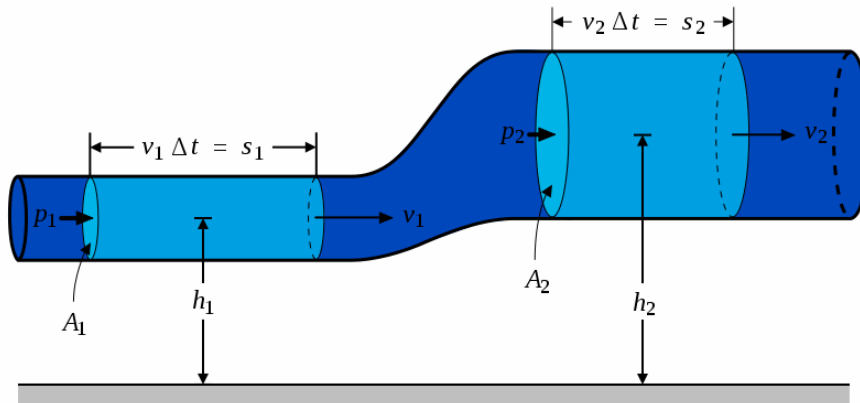
1. Cinética: é a energia devida à velocidade que possui o fluido ($K = \frac{1}{2} v^2 \rho$)
2. Potencial gravitacional: é a energia devida à altitude que um fluido possui ($U = \rho gh$)
3. Energia de fluxo: é a energia que um fluido contém devido à pressão que possui (Pressão = $F/A = W/V$).

Simbolicamente, podemos escrever a equação de Bernoulli como:

$$\frac{1}{2} v^2 \rho + P + \rho g h = \text{const.}$$

onde v = velocidade do fluido na seção considerada; g = aceleração gravitacional; z = altura na direção da gravidade desde uma cota de referência.; P = pressão ao longo da linha de corrente; ρ = densidade do fluido.

Considerando a figura abaixo, onde um fluido segue por um tubo que muda de diâmetro, podemos escrever o princípio de Bernoulli como:



$$\frac{1}{2} v_1^2 \rho + P_1 + \rho g h_1 = \frac{1}{2} v_2^2 \rho + P_2 + \rho g h_2.$$

Supondo fluido ideal e um fluxo $Q = \frac{Ax}{\Delta t} = Av$ constante, podemos escrever ainda que.

$$Q_1 = Q_2 \quad \rightarrow \quad A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Ou seja se a área aumenta, a velocidade diminui e vice-versa.

OBS. Para aplicarmos a equação de Bernoulli deve-se realizar as seguintes suposições: i) Viscosidade (atrito interno) = 0, ou seja, se considera que a linha de corrente sobre a qual se aplica se encontra em uma zona 'não viscosa' do fluido; ii) Fluxo (fluido) incompressível, onde ρ é constante; iii) a equação se aplica ao longo de uma linha de corrente ou em um fluxo irrotacional.

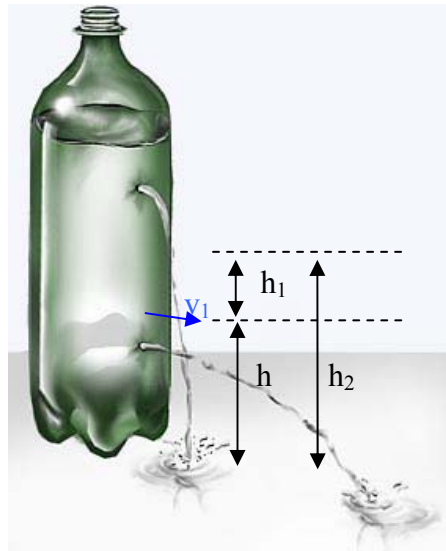


Figura - Pelo teorema de Bernolli podemos explicar por exemplo porque na figura ao lado o fluxo de água tem mais velocidade em baixo do que em cima.

4.2 – Escoamento laminar (eq. Poiseuille)

O escoamento de um fluido ideal por um tubo horizontal pode ser mantido sem aplicação de forças externas, pois não existem forças dissipativas entre o fluido e o tubo, ou entre camadas adjacentes do próprio fluido. Isso, entretanto, não ocorre com fluidos reais.

Uma experiência que ilustra claramente a existência de forças dissipativas dentro de um fluido real em escoamento está esquematizada na Figura 20.3. Um reservatório \mathcal{R} está ligado a um tubo horizontal. Ao longo desse tubo estão ligados três tubos verticais, A , B e C . O nível do líquido em \mathcal{R} é mantido constante ajustando-se o fluxo de entrada por T e o de saída por S . Os tubos verticais A , B e C funcionam como manômetros, e as alturas do líquido em cada um indicam as pressões dos pontos I, II, III no mesmo nível do tubo horizontal. Se não houvesse dissipação de

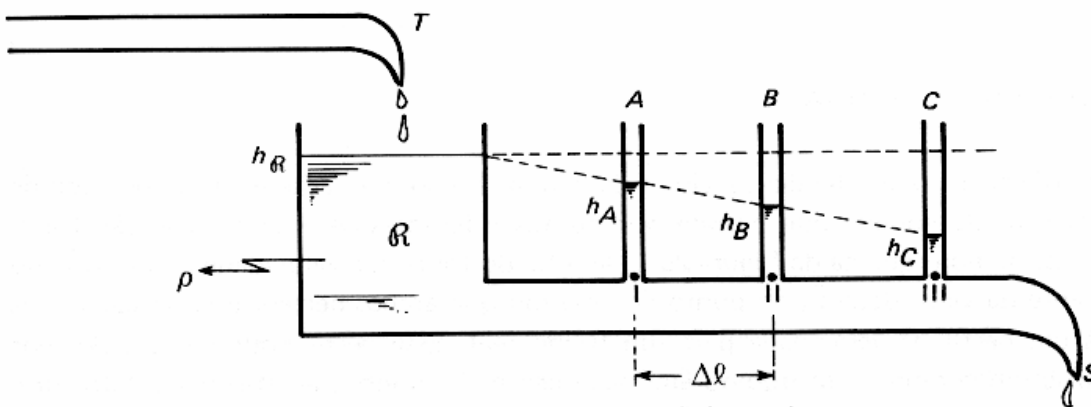


Figura 20.3 – Queda de pressão devida à viscosidade de fluido real.

energia mecânica, as alturas h_A , h_B e h_C deveriam ser iguais a h_R . No entanto, $h_R > h_A > h_B > h_C$, indicando uma diminuição da pressão ao longo do tubo. Usando o Teorema de Bernoulli, pode-se interpretar esse fato como uma diminuição da energia, o que mostra a existência de forças de resistência ao movimento no líquido que está escoando pelo tubo horizontal. A propriedade de um fluido que caracteriza essas forças dissipativas é a *viscosidade*, cujo coeficiente é representado por η . A Tabela 20.1 mostra os valores dos coeficientes de viscosidade de alguns líquidos e gases. A unidade de η é $(N \cdot s)/m^2$ ou $kg/(m \cdot s)$.

Tabela 20.1 – Valores de η para alguns gases e líquidos.

Fluido	Temperatura (°C)	η (N · s/m ²)
Glicerina	20	1,49
Sangue	37	4×10^{-3}
Mercúrio	20	$1,55 \times 10^{-3}$
Plasma do sangue	37	$1,5 \times 10^{-3}$
Etanol	20	$1,20 \times 10^{-3}$
Acetona	25	$3,16 \times 10^{-4}$
Vapor de água	100	$1,25 \times 10^{-5}$
Hélio	20	$1,94 \times 10^{-5}$
Óleo de máquina leve	16	0,113
	38	$3,4 \times 10^{-2}$
Água	0	$1,79 \times 10^{-3}$
	20	$1,00 \times 10^{-3}$
	37	$6,91 \times 10^{-4}$
	100	$2,82 \times 10^{-5}$
Ar	0	$1,71 \times 10^{-5}$
	18	$1,83 \times 10^{-5}$
	40	$1,90 \times 10^{-5}$

Todos os líquidos se tornam mais viscosos com a diminuição da temperatura. Assim, quando uma pessoa entra em estado de choque devido a um acidente, por exemplo, a temperatura de seu corpo cai; conseqüentemente, aumenta a viscosidade do sangue. Isso pode produzir uma queda do fluxo sangüíneo. Essa é uma das razões pelas quais as vítimas de acidentes devem ser cobertas para evitar uma diminuição grande de suas temperaturas.

O fato de as pressões nos pontos I, II, III da Figura 20.3 não serem iguais pode ser descrito pelo *gradiente de pressão* dado pela razão $\Delta P/\Delta \ell$, onde ΔP é a diferença de pressão entre dois pontos – I e II, por exemplo – separados pela distância $\Delta \ell$.

Uma das conseqüências da existência de viscosidade num fluido é a variação da velocidade de escoamento de elementos de volume que passam por pontos diferentes de uma dada secção transversal da tubulação. Assim, se o fluido for real, a velocidade de fluxo \vec{v}_1 no ponto O_1 será diferente da velocidade \vec{v}_3 no ponto O_3 , mesmo que ambos pertençam à secção A_1 . A Figura 20.4 ilustra um perfil de velocidade para um fluido real. Esse perfil pode ser obtido, por exemplo, colocando-se um corante num líquido em escoamento. O fluido que está em contato com a parede da tubulação está em repouso, e sua velocidade aumenta com a aproximação ao eixo,

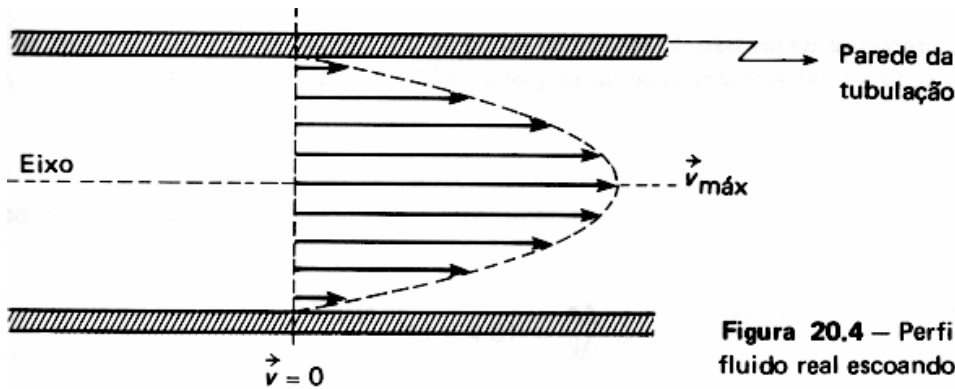


Figura 20.4 – Perfil parabólico da velocidade de um fluido real escoando por um tubo.

onde atinge o valor máximo. A diminuição da velocidade é produzida pela força de atrito tangencial entre duas camadas adjacentes do fluido que, por sua vez, é função do seu coeficiente de viscosidade.

Quando a velocidade de fluxo através de uma secção é máxima no centro e decresce segundo uma parábola até zero na camada adjacente à parede do tubo, o escoamento se diz *laminar*. Nesse caso, o fluxo Q de um fluido com coeficiente de viscosidade η ao longo de um tubo de raio r pode ser determinado pela *Lei de Poiseuille*

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \eta \Delta \ell} \quad (20.14)$$

onde $\Delta P/\Delta \ell$ é o gradiente de pressão ao longo do tubo.

No escoamento de fluidos reais, a velocidade não é constante para elementos infinitesimais de volume que atravessam uma secção do tubo. No entanto, pode-se determinar uma velocidade média de fluxo através de uma secção como sendo:

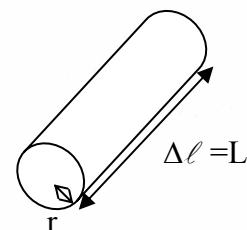
$$\text{velocidade média de fluxo} = \bar{v} = \frac{\text{vazão}}{\text{secção do tubo}} = \frac{Q}{A} \quad (20.15)$$

Essa velocidade pode ser calculada usando-se a Lei de Poiseuille:

$$\bar{v} = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \eta \Delta \ell} \frac{1}{\pi r^2}$$

ou seja,

$$\bar{v} = \frac{r^2 \Delta P}{8 \eta \Delta \ell}$$



$$(20.16)$$

Segundo essa expressão, a velocidade média do fluxo através de uma secção de raio r é proporcional ao quadrado desse raio, ao gradiente de pressão ao longo do tubo, $\Delta P/\Delta \ell$, e inversamente proporcional à viscosidade do fluido.

Muitas vezes é conveniente escrever a Lei de Poiseuille na seguinte forma

$$Q = \frac{\Delta P}{R}$$

onde

$$R = \frac{8 \eta L}{\pi r^4} \quad (20.17)$$

é definida como a *resistência* de uma tubulação, de comprimento L e raio r , ao fluxo de viscosidade η . Essa definição continua válida mesmo para uma rede de tubos e R representa a resistência total da rede.

Exemplo 20.2 – Qual será o gradiente da pressão do sangue ao longo de um capilar de raio igual a $4 \mu\text{m}$, se a velocidade média de escoamento for $0,33 \text{ mm/s}$? A viscosidade do sangue a 37°C é $4 \times 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$.

Solução

Pela Equação (20.16) pode-se obter:

$$\frac{\Delta P}{\Delta \ell} = \frac{\bar{v} \times 8 \times \eta}{r^2}$$

$$\frac{\Delta P}{\Delta \ell} = \frac{(3,3 \times 10^{-4} \text{ m/s})(8)(4 \times 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s}))}{(4 \times 10^{-6} \text{ m})^2} \quad \therefore \frac{\Delta P}{\Delta \ell} = 13,2 \times 10^5 \frac{\text{N/m}^2}{\text{m}}$$

Ou, em unidades de mmHg/mm,

$$\frac{\Delta P}{\Delta \ell} \cong 10 \text{ mmHg/mm}$$

Exemplo 20.3 – Sabe-se que o sangue, ao sair da aorta, é distribuído para as várias artérias, de onde flui para as arteríolas e, finalmente, para os capilares. Se a soma das secções das artérias for 20 cm^2 e a vazão sanguínea através da aorta 90 ml/s , qual deverá ser a velocidade média de escoamento do sangue pelas artérias?

Solução

Como o fluxo deve ser constante, o fluxo Q da aorta deve ser igual à soma dos fluxos Q_i das artérias.

$$Q = \sum_i Q_i = \sum_i A_i \bar{v}_i$$

Supondo que as velocidades médias nas artérias sejam iguais a \bar{v}_a , tem-se

$$Q = \bar{v}_a \times \sum_i A_i = \bar{v}_a \times 20 \text{ cm}^2$$

$$Q = 90 \text{ cm}^3/\text{s} = \bar{v}_a \times 20 \text{ cm}^2$$

Portanto,

$$\bar{v}_a = 4,5 \text{ cm/s}$$

4.3 – Escoamento turbulento

Em geral um fluido escoam laminarmente quando sua velocidade não é muito grande e o tubo é liso, sem protuberâncias. Entretanto, se a velocidade de fluxo atingir valores acima de certo limite (que depende de vários fatores, como a natureza do fluido e sua temperatura), o fluido pode escoar de maneira irregular com formação de redemoinhos, resultado da mistura entre camadas adjacentes de fluido. A esse tipo de escoamento dá-se o nome de *escoamento turbulento*. O engenheiro inglês Osborne Reynolds mostrou que, de modo geral, um escoamento por um tubo regular e retilíneo de diâmetro D deixa de ser laminar quando o *número de Reynolds*, definido por

$$R_e = \frac{\bar{v} D \rho}{\eta} \tag{20.19}$$

for maior que um valor crítico. Esse valor depende basicamente da natureza do fluido, do formato e da superfície interna do tubo de escoamento. Para um grande número de fluidos, seu escoamento por tubo de secção circular torna-se turbulento para $R_e > 2\,000$.

A partir de (20.19), pode-se calcular a *velocidade média crítica*, \bar{v}_c , para determinado fluido que escoe numa dada tubulação, acima da qual o escoamento passa a ser turbulento:

$$\bar{v}_c = \frac{\eta R_e}{D \rho} \quad (20.20)$$

Exemplo 20.4 – O diâmetro da aorta de um adulto é da ordem de 2,2 cm. A velocidade sistólica média \bar{v}_{sis} do sangue é cerca de 60 cm/s. Considere a densidade do sangue igual à da água e sua viscosidade igual a 0,004 kg/(m · s). Determine se o fluxo do sangue na aorta é laminar ou turbulento.

Solução

$$R_e = \frac{2 \bar{v}_{\text{sis}} r_a \rho_s}{\eta_s} = \frac{(2)(0,6 \text{ m/s})(0,011 \text{ m})(1\,000 \text{ kg/m}^3)}{(0,004 \text{ kg/(m} \cdot \text{s)})}$$

$$R_e = 3\,300 > 2\,000$$

Portanto, o fluxo do sangue é turbulento na aorta.

4.4 – Tensão superficial e Capilaridade

As propriedades de superfície aparecem sempre que houver duas substâncias em contato. Essas substâncias podem ser: líquido-líquido, líquido-gás, líquido-sólido, ou sólido-gás. Essas propriedades se devem à assimetria das forças entre as moléculas dos dois meios na superfície. A Figura 20.6 ilustra o caso de um líquido contido num recipiente aberto. Dentro de um líquido, ou de um sólido, cada molécula é cercada por outras que a atraem e, em repouso, a força resultante média sobre ela é nula. Na superfície, no entanto, isso não ocorre, e a força resultante média que age sobre cada partícula é dirigida para dentro da substância. Como consequência, as moléculas da superfície estão submetidas a uma força não-nula que as mantém ligadas à substância. Dessa maneira, a uma dada superfície pode-se associar uma *energia potencial de superfície* que é proporcional a sua área. Convenção-se chamar de *tensão superficial*, γ , a energia potencial de superfície por unidade de área. Para qualquer substância, a tensão superficial é constante a uma dada temperatura e é medida em J/m².

A fim de minimizar sua própria energia potencial, a superfície de uma substância tende a diminuir. No entanto, para o sólido, essa diminuição não é possível porque as forças de coesão intermoleculares são muito intensas, tornando muito difícil a mudança de forma. Isso não significa, entretanto, que a energia potencial superficial dos sólidos seja nula. A evidência disso é que é necessária a realização de um trabalho para riscar ou trincar a superfície de um sólido.

Se a substância fosse um líquido e estivesse sobre uma superfície lisa, a interface com o gás tenderia a uma forma esférica onde a energia potencial seria mínima. No entanto, dependendo de condições como, por exemplo, a natureza do líquido, a superfície pode assumir uma forma elíptica.

Tensión superficial

La interacción de las partículas en la superficie del agua, hace que esta se presente como una verdadera cama elástica. Incluso soporta el peso de un insecto pequeño. Este efecto se llama tensión superficial.

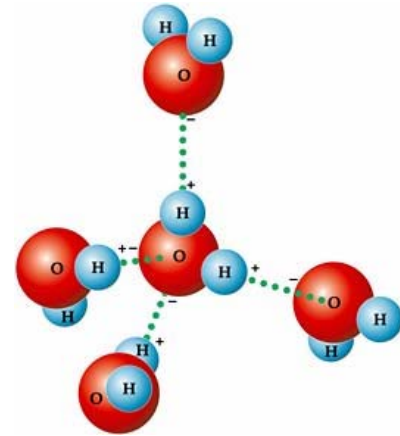
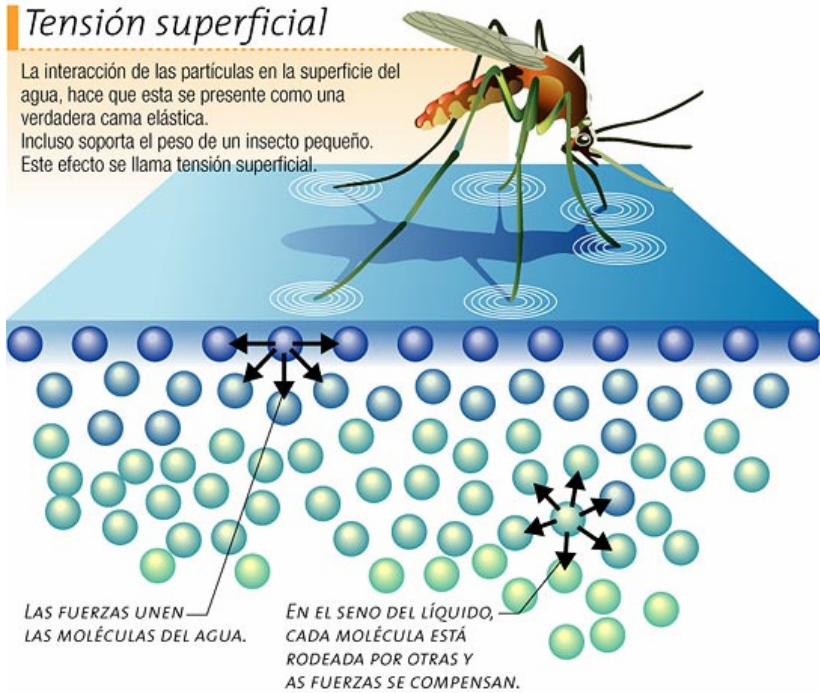


Fig – Tensão superficial na água – Formação de gotas de orvalho em uma planta (esquerda). Água na ausência de gravidade a assume a forma esférica devido as forças de coesão das moléculas do volume do líquido (direita). Vídeo em <http://www.youtube.com/watch?v=Ta5ziJJ1exM>

Em aplicações biológicas a energia potencial de superfície e, conseqüentemente, a tensão superficial, são de grande importância toda vez que houver duas ou mais substâncias em contato. Por exemplo, a tensão superficial desempenha um papel fundamental no funcionamento dos pulmões em animais, da traquéia de insetos, ou no movimento de pequenos insetos sobre uma superfície líquida. Existem alguns tipos de artrópodes que carregam consigo uma bolha de ar quando submergem nas águas de um lago e usam-na como reservatório temporário de oxigênio; a existência dessa bolha depende das propriedades de superfície da interface entre o ar e a água.

A fim de aumentar a superfície de um líquido, é necessário que algumas moléculas de camadas não-superficiais sejam levadas para a superfície. Isso só será possível se um trabalho for realizado sobre as mesmas, ou seja, se houver um aumento na energia potencial de superfície devido ao aumento da área. Uma maneira de verificar esse fato está ilustrada na Figura 20.7. Uma película (ou filme) de face dupla de um líquido (por exemplo, água com sabão) é formada na parte interna de um quadro constituído de um arame em “U” fixo e um arame deslizante, de comprimento ℓ , ligando os dois braços do “U”. O trabalho W realizado pela força \vec{F} , aplicada perpendicularmente ao arame deslizante, para esticar a película de um comprimento Δx é

$$W = F \Delta x$$

e corresponde ao aumento da energia potencial de superfície. O trabalho realizado por unidade de área é

$$\frac{W}{A} = \frac{F \Delta x}{2(\ell \Delta x)}$$

onde $\ell \Delta x$ é o aumento na área e o fator 2 corresponde às duas faces da película. Esse trabalho por unidade de área corresponde à tensão superficial. Assim, para uma película de face dupla como o filme de sabão.

$$\gamma_d = \frac{F}{2 \ell} \quad (20.21a)$$

Para uma película de face simples ou única, por exemplo, a superfície do leite contido num copo,

$$\gamma_s = \frac{F}{\ell} \quad (20.21b)$$

A energia potencial de superfície e, conseqüentemente, a tensão superficial, dependem da natureza das substâncias em contato, assim como de suas temperaturas. A Tabela 20.2 mostra a tensão superficial de alguns líquidos na interface líquido-ar à temperatura de 20°C. Na Tabela 20.3 está ilustrada a variação da tensão superficial da água com a temperatura na interface líquido-ar.

Tabela 20.2 – Valores da tensão superficial na interface líquido-ar à temperatura ambiente de 20°C.

Tabela 20.3 – Variação da tensão superficial da água, na interface líquido-ar, com a temperatura.

Substância	γ (10^{-3} N/m)
Éter	17
Clorofórmio	27
Benzina	29
Óleo de oliva	32
Água	73
Mercúrio	465

t (°C)	γ (10^{-3} N/m)
-5	76,4
0	75,6
5	74,9
10	74,2
15	73,5
20	72,8
25	72,0
30	71,2
40	69,6
50	67,9
70	64,4
100	58,9

Exemplo 20.5 – Um inseto de n pernas está parado sobre um líquido de tensão superficial γ . Determine a condição para que ele não afunde.

Solução

A Figura 20.8 ilustra a perna de um inseto que está sobre um líquido. A força devida à tensão superficial age, em cada ponto, tangencialmente à superfície do líquido que está depressionada, e perpendicularmente à curva de nível que passa por aquele ponto. Assim, em todos os pequenos segmentos $\Delta\ell$ da curva de nível age a força \vec{F}_γ . Como a tensão superficial do líquido é γ e a superfície depressionada é de face única, o módulo de \vec{F}_γ pode ser obtido pela Equação (20.21b):

$$F_\gamma = \gamma \Delta\ell$$

As componentes horizontais $F_{\gamma,x}$ das forças \vec{F}_γ aplicadas em segmentos diametralmente opostos se anulam, e as componentes verticais, tendo as mesmas direções e os mesmos sentidos, se adicionam. A componente vertical $F_{\gamma,y}$ é dada por:

$$F_{\gamma,y} = F_\gamma \cos \alpha = \gamma \Delta\ell \cos \alpha$$

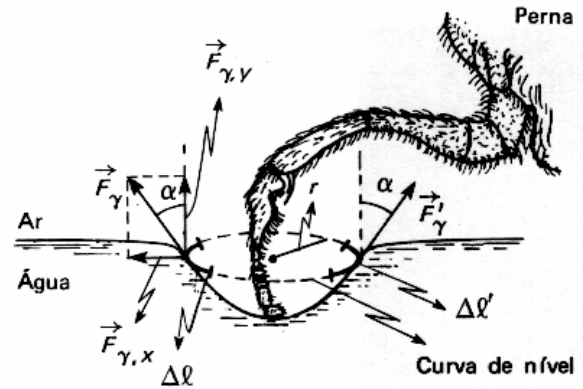


Figura 20.8 – A perna de um inseto sustentada pela tensão superficial do líquido.

Como a força resultante \vec{R}_γ é a soma de todas as forças que atuam em cada trecho $\Delta\ell$, sua componente na direção vertical fica:

$$R_{\gamma,y} = 2\pi r \gamma \cos \alpha$$

onde r é o raio da curva de nível considerada. Assim, a força total devida à tensão superficial que sustenta cada perna do inseto é a resultante na direção perpendicular à superfície de contato entre a perna e a água. Se o inseto estiver parado, $R_{\gamma,y}$ será igual ao seu peso W dividido pelo número n de pernas

$$R_{\gamma,y} = \frac{W}{n} = 2\pi r \gamma \cos \alpha$$

ou seja, a relação entre o raio de uma curva de nível e a inclinação da superfície do líquido ao longo dessa curva deve ser dada por

$$r \cos \alpha = \frac{W}{2\pi n \gamma}$$

As forças intermoleculares variam de acordo com a natureza das substâncias. Portanto, é de esperar que os fenômenos observáveis nas superfícies de separação entre duas ou mais substâncias também sejam característicos das mesmas. Reciprocamente, esses fenômenos de superfície devem fornecer informações sobre as forças intermoleculares. Por exemplo, quando uma gota de um líquido for colocada em contato com uma superfície sólida e limpa, e ambas em contato com um gás, a superfície do líquido formará um ângulo com a superfície sólida. Esse é o *ângulo de contato* θ (Figura 20.9) e seu valor pode ser maior ou menor que 90° , dependendo das forças entre as moléculas

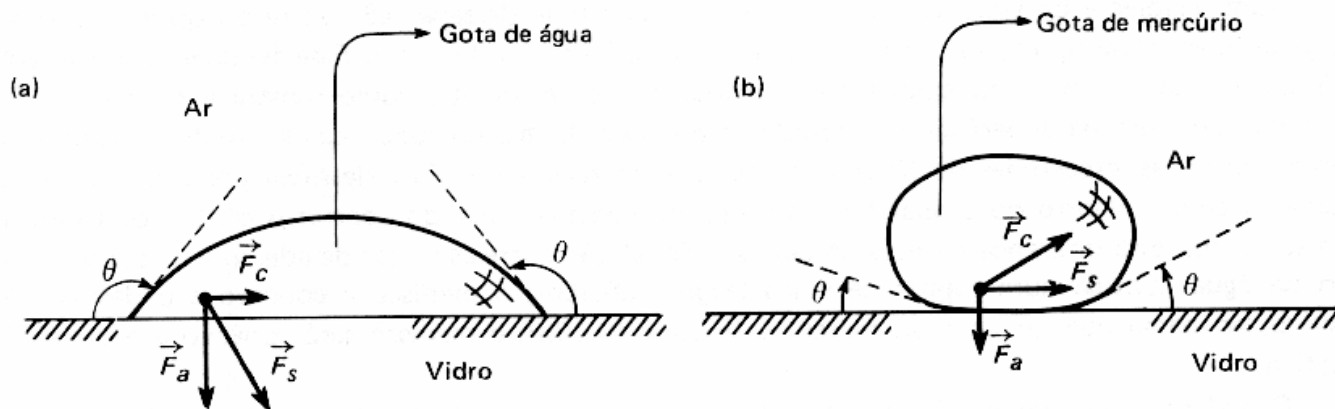


Figura 20.9 – Ângulos de contato entre: (a) água, vidro e ar; (b) mercúrio, vidro e ar.

do líquido e aquelas entre as moléculas do líquido e as do sólido. As forças atrativas entre as moléculas ou átomos de uma mesma substância são as *forças de coesão* ou *coesivas*, \vec{F}_c , e as entre as moléculas da superfície de uma substância com as da superfície de outra substância são as *forças de adesão* ou *adesivas*, \vec{F}_a . Assim, se as forças de coesão forem menores que as adesivas, o ângulo de contato será maior que 90° , e menor que 90° se ocorrer o contrário. Uma ilustração desse fato está na Figura 20.9, onde estão representados os ângulos de contato entre dois líquidos, (a) a água e (b) o mercúrio e o vidro. No primeiro caso, o ângulo de contato é maior que 90° , enquanto que no segundo é menor que 90° . A força resultante \vec{F}_s é a soma das forças \vec{F}_c e \vec{F}_a , e o ângulo de contato depende dela.

4.5 Capilaridade

Num recipiente de vidro contendo líquido, a superfície de separação entre o líquido e o ar é, em geral, horizontal na região central e curva nas proximidades do vidro. Esse fenômeno se tornará mais acentuado se um tubo capilar for introduzido no recipiente, como mostra a Figura 20.10. Além da curvatura da superfície do líquido, o menisco dentro do tubo capilar, existe também um desnível entre as superfícies do líquido no tubo e no recipiente. Esse desnível pode ser positivo, quando a coluna dentro do capilar for mais alta, ou negativo, quando ocorrer o contrário. Tanto o menisco como essa diferença de nível dependem da relação entre as forças de adesão e de coesão. No caso da água contida num capilar de vidro (Figura 20.10a), o menisco é côncavo e o desnível é positivo, ao passo que no caso do mercúrio (Figura 20.10b), o menisco será convexo e o desnível negativo.

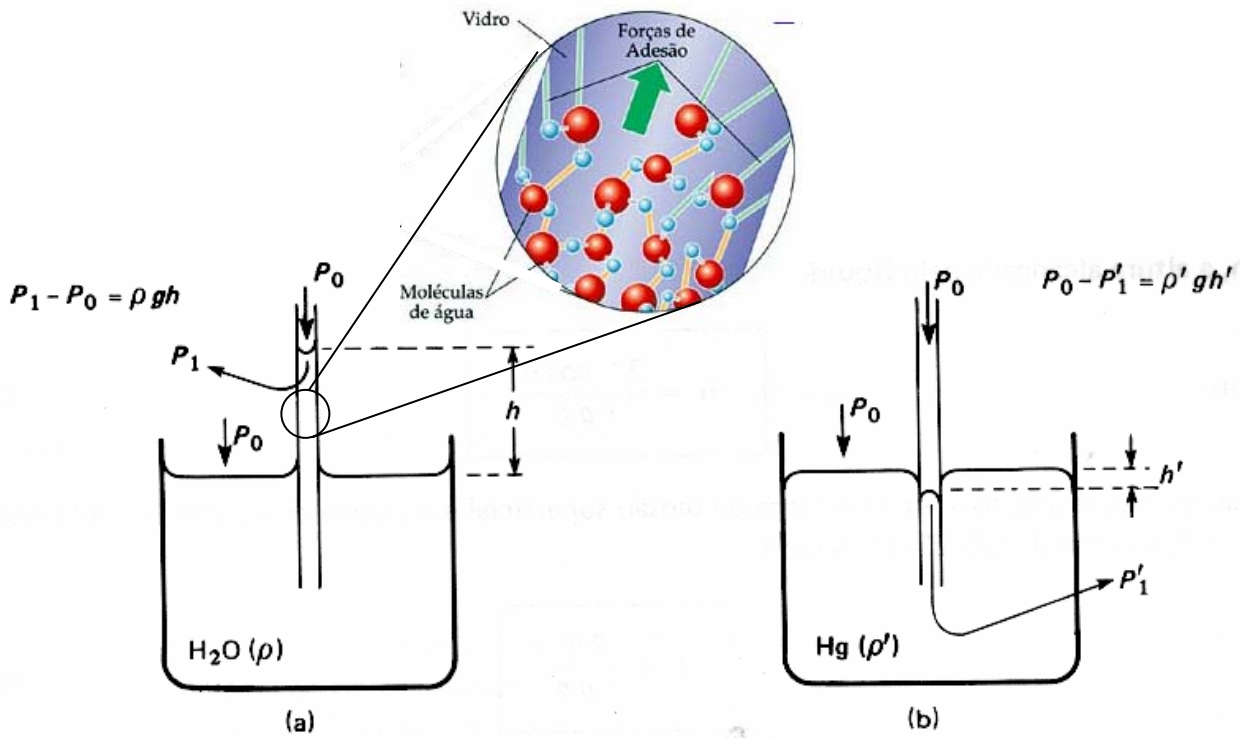


Figura 20.10 – Curvatura e nível do líquido num tubo capilar em relação a sua superfície livre no recipiente.

O fenômeno em que um líquido sobe até determinada altura dentro de um tubo capilar, quando este é colocado dentro do recipiente que o contém, se chama *ação capilar*. A altura alcançada depende da natureza do líquido e do tubo e do raio do capilar.

A força de adesão é a atração entre moléculas diferentes, ou seja, a afinidade das moléculas do líquido com as moléculas do tubo sólido. Atua no sentido de o líquido molhar o sólido. A força de coesão é a atração intermolecular entre moléculas semelhantes, ou seja, a afinidade entre as moléculas do líquido. Atua no sentido de manter o líquido em sua forma original.

Se a força de adesão for superior à de coesão, o líquido vai interagir favoravelmente com o sólido, molhando-o, e formando um **menisco**. Se a superfície sólida for um tubo de raio pequeno, como um capilar de vidro, a afinidade com o sólido é tão grande que líquido sobe pelo capilar. No caso do mercúrio, acontece o contrário, pois este não tem afinidade com o vidro (a força de coesão é maior).

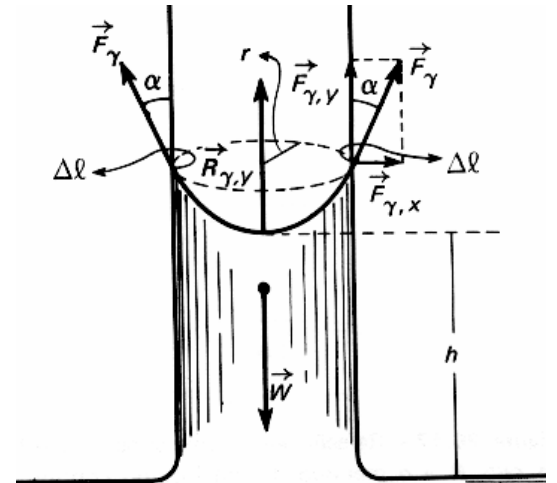


Figura 20.11 – A força de tensão superficial do líquido contrabalança o peso da coluna de líquido.

A altura alcançada pelo líquido no capilar pode ser obtida a partir da expressão abaixo:

$$h = \frac{2 \gamma \cos \alpha}{r \rho g} \quad (20.23)$$

No caso em que o ângulo α , entre a força de tensão superficial e a parede do capilar, é muito pequeno, $\cos \alpha \cong 1$, a Fórmula (20.23) se reduz a:

$$h = \frac{2\gamma}{r\rho g} \quad (20.24)$$

Para a água e um grande número de líquidos contidos em capilares de vidro, a Expressão (20.24) é aplicável, pois o ângulo $\alpha \cong 0^\circ$.

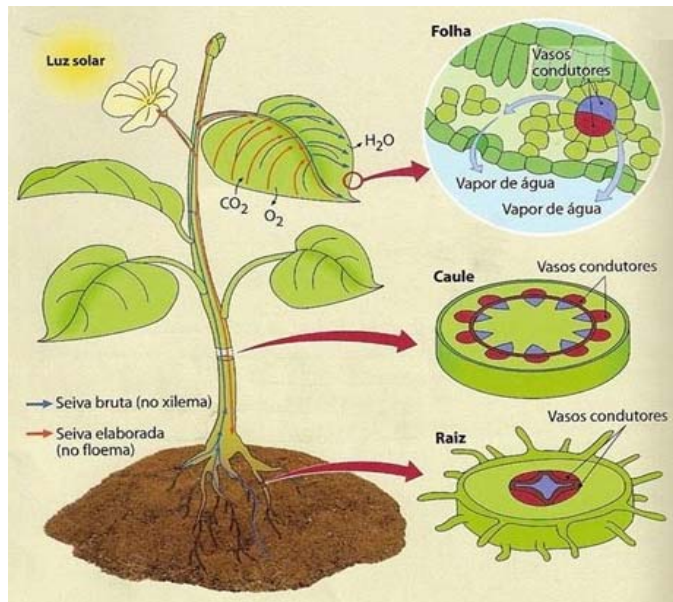
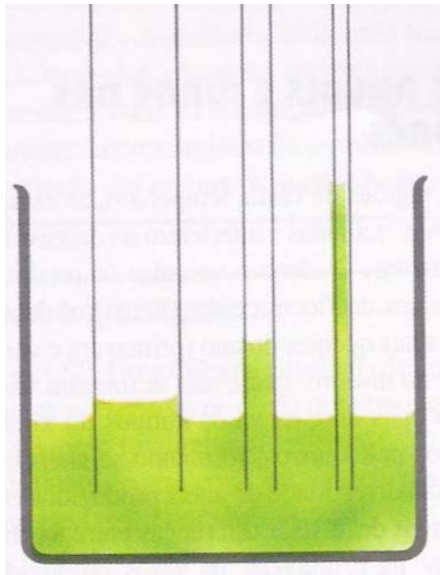


Fig – Efeito do diâmetro do tubo na altura do líquido (esq). O Efeito capilar é um dos fenômenos que ajuda a empurrar a seiva bruta das raízes até as partes mais altas da planta (dir.).

Exemplo.

Supondo que para o ângulo entre a força de tensão superficial e a parede de um capilar estreito é muito pequeno. Calcule a altura da coluna de água dentro dos capilares com raio 0.2mm.

Dados $\gamma_{\text{água}} = 73 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ e $\rho_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$.

$$h = 2 \gamma_{\text{água}} / r \rho_{\text{água}} g = (2 \times 73 \times 10^{-3}) / (0,2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 9,8) = 0,07 \text{ m} = 7 \text{ cm}.$$

4.7 – Difusão e Osmose

A dispersão da fumaça que sai de uma chaminé na atmosfera, ou a do café no leite, são exemplos de *difusão*. Em contraste com os escoamentos considerados anteriormente, o processo de difusão está relacionado com o movimento aleatório individual de cada molécula. Nesse fenômeno, as moléculas de uma substância se movem de uma região do meio onde estão mais concentradas para outra onde estão menos. Essa substância é o *soluto*. A substância dentro da qual o soluto se move é o *solvente*. Nos exemplos considerados, a fumaça e o café são solutos se movendo, respectivamente, no ar atmosférico e no leite. A mistura final é chamada *solução*. A *concentração* (C) do soluto é a quantidade m de sua massa contida no volume (V) da solução, isto é,

$$C = \frac{m}{V} \quad (20.30)$$

Define-se também a *concentração molar* C_M do soluto como sendo seu número de mols n contido no volume V da solução

$$C_M = \frac{n}{V} \quad (20.31)$$

A *taxa* ou *fluxo* j de difusão de um fluido através de uma área A devida a um gradiente de concentração $\Delta C/\Delta x$ é descrita pela *Lei de Fick*:

$$j = \frac{\Delta m}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta C}{\Delta x} \quad (20.32a)$$

Essa expressão mostra que a quantidade Δm de soluto difundida através da área A , Figura 20.15, num intervalo de tempo Δt é proporcional ao gradiente de concentração $\Delta C/\Delta x$. O coeficiente de difusão D depende da natureza e da temperatura do fluido. O sinal (-) indica que o fluxo é no sentido contrário ao do gradiente de concentração, isto é, da região de maior concentração para a de menor concentração.

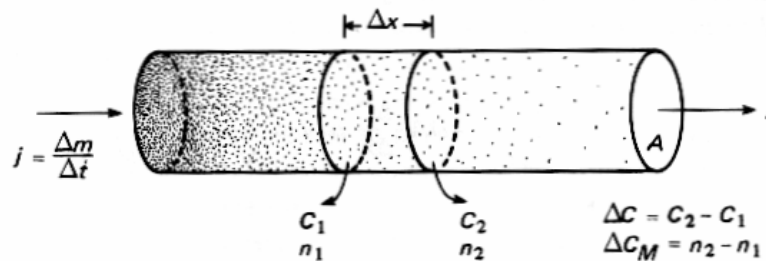


Figura 20.15 – Difusão devida ao gradiente de concentração.

Em termos da concentração molar, a Lei de Fick pode ser escrita como

$$j_M = \frac{\Delta n}{\Delta t} = -DA \frac{\Delta C_M}{\Delta x} \quad (20.32b)$$

As Tabelas 20.5 e 20.6 mostram valores dos coeficientes de difusão D de algumas moléculas no ar e na água, respectivamente.

Tabela 20.5 - Coeficientes de difusão de moléculas no ar à pressão atmosférica.

Molécula	Temperatura (°C)	D (cm ² /s)
Hidrogênio	0°	0,634
Vapor de água	8°	0,239
Oxigênio	0°	0,178
Dióxido de carbono	0°	0,139
Vapor de álcool	40°	0,137

Tabela 20.6 – Constantes de difusão de moléculas na água a 20°C.

Molécula	Massa molecular M (g/mol)	Raio (Å)	D (cm ² /s)
H ₂ O	18	~ 1,5	$2,0 \times 10^{-5}$
O ₂	32	~ 2	$1,0 \times 10^{-5}$
CO(NH ₂) – Uréia	60	~ 4	$1,1 \times 10^{-5}$
C ₆ H ₁₂ O ₆ – Glicose	180	~ 5	$6,7 \times 10^{-6}$
Ribonuclease	13 683	~ 18,0	$1,2 \times 10^{-6}$
β-lactoglobulina	35 000	~ 27,4	$7,8 \times 10^{-7}$
Hemoglobina	68 000	~ 31,0	$6,9 \times 10^{-7}$
Catalase	250 000	~ 52,2	$4,1 \times 10^{-7}$
DNA	6 000 000		$0,13 \times 10^{-7}$
Vírus do mosaico do tabaco	50 000 000		$0,39 \times 10^{-7}$

No caso do fluido ser um gás, a constante de difusão D depende da velocidade média \bar{v} de suas moléculas, que, por sua vez, é inversamente proporcional à raiz quadrada da densidade ρ do gás. Como ρ é proporcional à massa molecular M do gás, a taxa de difusão j passa a ser, também, inversamente proporcional a sua raiz quadrada:

$$j_{\text{gás}} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)_{\text{gás}} = -DA \frac{\Delta C}{\Delta x} \propto \bar{v} \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}} \propto \frac{1}{\sqrt{M}}$$

ou seja,

$$j_{\text{gás}} \propto \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (20.33)$$

Um outro exemplo da difusão de gases através de uma membrana devido à diferença de concentração de cada gás nos dois lados é a troca de O_2 e CO_2 nos alvéolos. O gradiente de concentração de cada gás através da membrana alveolar produz um gradiente de pressão parcial que está diretamente relacionado à taxa de difusão de cada gás.

No caso em que o fluido é um líquido, a constante de difusão D depende diretamente da temperatura e inversamente da viscosidade η e do raio a da molécula do soluto, considerada esférica. Disso resulta a proporcionalidade inversa entre a taxa de difusão j e o raio a da molécula. Como a é proporcional à raiz cúbica da massa molecular M , tem-se:

$$j_{\text{líq}} = \left(\frac{\Delta m}{\Delta t} \right)_{\text{líq}} = -DA \frac{\Delta C}{\Delta x} \propto \frac{1}{a} \propto \frac{1}{\sqrt[3]{M}}$$

isto é,

$$j_{\text{líq}} \propto \frac{1}{\sqrt[3]{M}} \quad (20.34)$$

A dispersão de uma gota de tinta na água e a passagem de moléculas de água e de substâncias dissolvidas no sangue através das membranas capilares nos tecidos são exemplos de difusão de fluidos. A seguir será descrita a difusão das moléculas de açúcar na água.

Considere um recipiente separado em duas partes por uma pequena placa. Num lado – (1) – é colocada uma solução aquosa de açúcar, enquanto que no outro – (2) – é colocada água pura, como ilustra a Figura 20.16a. Quando a placa é removida, algumas moléculas de açúcar começam a se difundir para o lado que contém somente água pura, devido ao seu próprio movimento aleatório, Figura 20.16b. No entanto, a difusão não se dá só com as moléculas de açúcar, mas também com as de água, que passam do compartimento (2) para o compartimento (1). Assim, existem fluxos tanto do soluto como do solvente de um compartimento a outro. Ao atingir o equilíbrio, Figura 20.16c, as concentrações do açúcar nos dois compartimentos são iguais. Nessa situação, o número de moléculas de açúcar que se difundem do compartimento (1) para o compartimento (2) é igual ao número daquelas que vão em sentido contrário. Desse modo, no equilíbrio, a taxa de difusão total é nula.

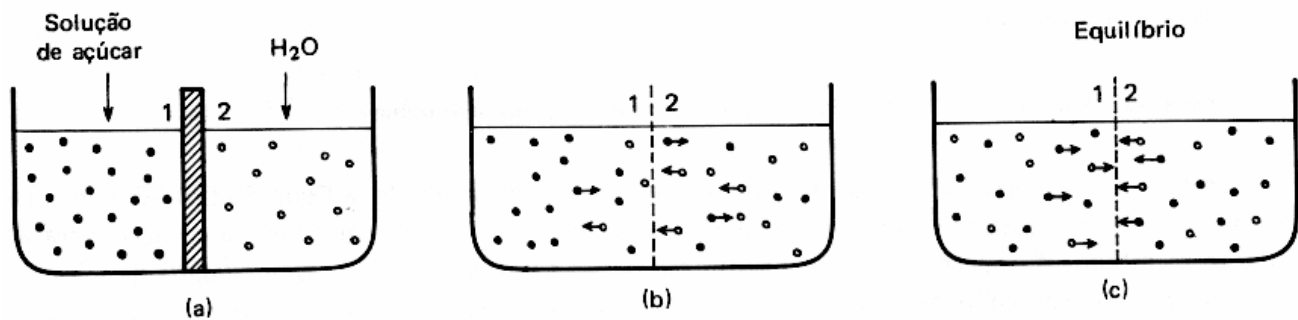


Figura 20.16 – Difusão de moléculas de açúcar e da água pura até que o equilíbrio seja atingido.

Se, em vez de se colocar uma pequena placa removível separando a solução de água com açúcar da água pura, como na descrição anterior, for colocada uma membrana que não deixe passar as moléculas de açúcar, a difusão do soluto para a água fica inibida. Diz-se então que a membrana é *impermeável ao soluto* açúcar. Entretanto, as moléculas de água podem se difundir livremente do compartimento (2) para aquele contendo a solução de açúcar, causando-lhe uma elevação de nível. Quando isso ocorrer, a membrana se diz *semipermeável*.

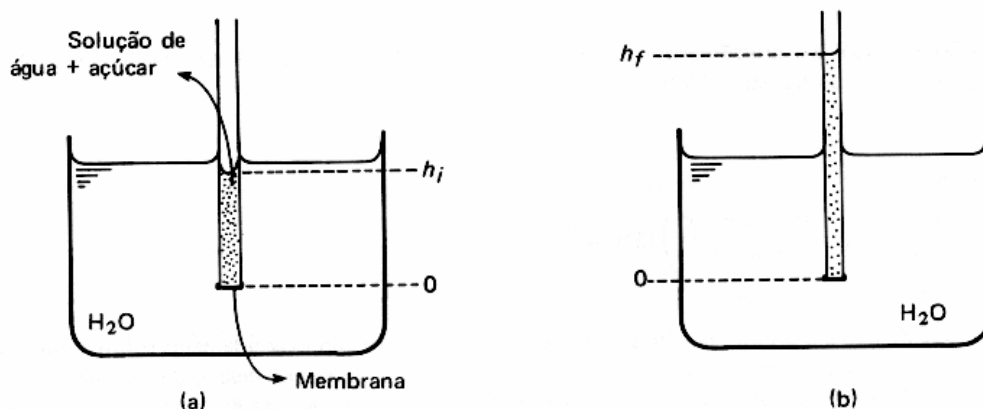


Figura 20.17 – Osmose através de uma membrana semipermeável.

Um processo muito importante que ocorre na natureza é a *osmose*, que é a difusão seletiva através de uma membrana semipermeável. A Figura 20.17 ilustra esse processo para uma membrana impermeável ao açúcar. Uma coluna contendo solução de água com açúcar, fechada por uma membrana semipermeável, é colocada num recipiente contendo água pura. A água se difunde de fora para dentro da coluna, devido a sua maior concentração naquele lado da coluna. O aumento da coluna da solução acarreta um aumento de sua pressão hidrostática. A difusão da água só cessa se essa pressão for suficiente para impedi-la, no caso em que não ocorre o rompimento da membrana. Assim, define-se *pressão osmótica* Π da solução como a pressão que deve ser aplicada à mesma para que a osmose não ocorra. No exemplo da Figura 20.17, a diferença de pressão hidrostática da solução entre os estados final e inicial é

$$\Delta P = \rho_{\text{solução}} g(h_f - h_i)$$

No estado final, Figura 20.17b, a osmose cessa porque a pressão osmótica é compensada pelo aumento da pressão hidrostática, isto é,

$$\Pi = \Delta P$$

À primeira vista, parece estranho que a água passe de uma região de menor pressão, o recipiente, a outra de maior pressão, a coluna. Entretanto, antes do início do processo, a pressão da água na solução é menor que a da água fora, que, por sua vez, é igual à pressão total da solução, já que a membrana não está deformada. Essa pressão total é igual à soma das pressões do soluto e do solvente. Assim, o processo de osmose tende a igualar as pressões da água nos dois lados da membrana. Quando isso acontecer a pressão osmótica será igual à variação da pressão hidrostática da solução, que, por sua vez, é igual à pressão exercida pelas moléculas do soluto.

Observou-se experimentalmente que, para soluções de baixa concentração, a pressão osmótica Π de uma solução pode ser obtida por

$$\Pi V = nRT \quad (20.35)$$

que é equivalente à lei dos gases perfeitos, onde n é o número de mols do soluto presente. Logo:

$$\Pi = C_M RT \quad (20.36)$$

onde C_M é a concentração molar do soluto $\left(\frac{n}{V}\right)$, R é a constante universal dos gases e T é a temperatura da solução.

No caso em que a solução contém mais que um soluto dissolvido, a Equação (20.36) continua válida, e a concentração molar é a concentração total de todas as moléculas na solução para as quais a membrana é impermeável. A concentração desses solutos é chamada *osmolalidade* da solução, e o cálculo da osmolalidade independe de o soluto ser proteína ou íon. A unidade associada à osmolalidade é osmol/ℓ. Um osmol é um mol de moléculas ou de íons numa solução para os quais uma membrana é impermeável.

Exemplo 20.6 – Qual é a pressão osmótica do fluido intracelular cuja osmolalidade é 0,3 osmol/ℓ? Considere a temperatura igual à do corpo humano (37°C).

Solução

Pela Equação (20.36):

$$\Pi = \left(0,3 \frac{\text{osmol}}{\ell}\right) \left(\frac{0,082 \text{ atm} \cdot \ell}{\text{osmol} \cdot \text{K}}\right) (310 \text{ K})$$

$$\Pi = 7,63 \text{ atm} = 5 \text{ 800 mmHg}$$

Note-se que essa pressão não é a pressão do fluido intracelular, mas é a pressão exercida pelos solutos impermeáveis à membrana da célula. A pressão real dentro da célula depende do fluido fora dela e da rigidez da membrana. Suponha que essa célula esteja colocada num recipiente com água pura à pressão atmosférica P_0 . A osmose ocorrerá até que as osmolalidades dentro e fora da célula sejam iguais, ou seja, quando a pressão dentro da célula ficar igual a $(P_0 + \Pi)$.

A Relação (20.36) só é válida para soluções a baixa concentração. A concentrações mais elevadas, essa equação não é mais válida, assim como a equação dos gases ideais deixa de ser aplicável a gases reais.

A osmose é muito importante em processos biológicos, pois todas as células vivas são revestidas por membranas semipermeáveis e são também subdivididas internamente por tais membranas. Desse fato resultam as difusões seletivas, quando somente as moléculas relevantes à vida e às funções de determinada célula se difundem através de suas membranas. Além da osmose, a passagem de fluidos ou solutos através das membranas celulares pode ser efetuada pela difusão ou por algum tipo de transporte ativo.

Um exemplo de osmose nos seres humanos e animais é a *diálise*, processo pelo qual os produtos metabólicos inúteis e/ou tóxicos são removidos do sangue pelos rins.

Exemplo 20.7 – Determine a pressão osmótica de uma hemácia quando a célula for imersa em água destilada a 27°C. Considere que a concentração molar C_{Hb} da hemoglobina seja 10 mM dentro da hemácia.

Solução

$$C_{Hb} = 10 \text{ mM} = 10 \times 10^{-3} \frac{\text{mol}}{\ell} = \frac{10 \times 10^{-3} \text{ mol}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 10 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}$$

$$\Pi = C_{Hb}RT = \left(10 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \right) \left(8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \right) (300 \text{ K})$$

$$\Pi = 25\,000 \text{ N/m}^2 = 0,25 \text{ atm}$$

Isso significa que a osmose só cessará quando a pressão interna da hemácia exceder a externa em 0,25 atm. No entanto, a parede da hemácia é relativamente rígida e não suporta esse aumento de pressão, razão pela qual ela se rompe, ou seja, ocorre a *hemólise*, quando é colocada em água.

Quando uma pressão maior que a pressão osmótica de uma solução for aplicada à mesma, o solvente se difundirá para o meio externo. Essa é a *osmose inversa*.

Uma aplicação desse processo é a dessalinização da água do mar. A osmolalidade da água do mar é 1,08 osmol/ℓ. A 20°C, a pressão osmótica é:

$$\Pi = \left(1,08 \frac{\text{osmol}}{\ell} \right) \left(\frac{0,082 \text{ atm} \cdot \ell}{\text{osmol} \cdot \text{K}} \right) (293 \text{ K})$$

$$\Pi = 25,9 \text{ atm}$$

Assim, se a água do mar for colocada em um lado de uma membrana semipermeável, e uma pressão maior que Π for aplicada a ela, como ilustra a Figura 20.19, ocorrerá a difusão de água pura para o outro lado da membrana. Esse é um processo que requer pouca energia para purificar a água, em comparação com outros processos como o da evaporação. Um mol de água do mar ocupa cerca de 18 cm³ a 20°C. Assim, se a pressão aplicada for 26 atm, o trabalho realizado para purificar esse mol será:

$$W = PV = \left(26 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) (18 \times 10^{-6} \text{ m}^3) = 46,8 \text{ J}$$

Pela evaporação, o trabalho realizado para purificar essa mesma quantidade de água do mar é $44,2 \times 10^3 \text{ J}$, isto é, quase 1 000 vezes maior que por osmose inversa.

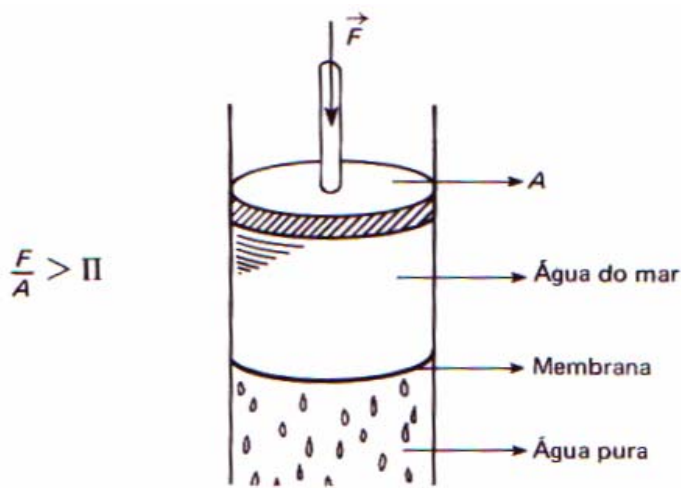


Figura 20.19 – Dessalinização da água do mar pela osmose inversa.

É interessante notar que a difusão ocorre tanto em gases como em líquidos, ou em gases dissolvidos em líquidos. No entanto, a osmose é uma propriedade só de líquidos.

Exercícios propostos

- 1) Uma dançarina com 490 N está sobre um único pé. Qual é a pressão exercida sobre o chão se a área da ponta do pé é 22 cm²?
- 2) A pressão do ar liberado por um paciente em um respirador é de 20 cm de H₂O. Converta essa pressão em
 - a) mm de Hg
 - b) Pascal
 - c) atmosferas
- 3) A pressão média com que o coração bombeia o sangue para a aorta é 100 mm de Hg. Se a seção transversal da aorta for 3 cm², qual será a força média exercida pelo coração sobre o sangue que está entrando na aorta?
- 4) A velocidade v_m do sangue através do centro de um capilar é 0,066 cm/s. O comprimento L do capilar é 0,1 cm e seu raio $r = 2 \times 10^{-4}$ cm.
 - a) Qual o fluxo de fluido através do capilar?
 - b) Estime o número total de capilares no corpo, sabendo-se que a vazão de sangue através da aorta é de 83 cm³/s.
- 5) Que diferença de pressão é necessária para se enviar sangue com vazão de 1 cm³/s através de uma agulha hipodérmica com 2,0 cm de comprimento e 0,2 mm de diâmetro? A viscosidade do sangue a 37 °C é 4×10^{-3} kg/m.s.
- 6)

Exercício Proposto – Qual é a vazão sangüínea através da aorta de um adulto, sabendo-se que o raio da aorta é 1 cm e a velocidade média de escoamento laminar é 0,30 m/s?

7)

Supondo que para o ângulo entre a força de tensão superficial e a parede de um capilar estreito é muito pequeno, calcule a altura da coluna de azeite dentro dos capilares com raio 0.5mm.

Dados $\gamma_{\text{azeite}} = 32 \times 10^{-3} \text{ N/m}$ e $\rho_{\text{azeite}} = 0,8 \text{ g/cm}^3$.

8)

Os peixes podem se manter a determinada profundidade dentro da água sem necessidade de gastar energia extra; para isto, ajustam o conteúdo de ar de seus ossos pneumáticos ou da bexiga natatória, fazendo com que a sua densidade seja igual à da água ($\rho = 1,028 \text{ g/cm}^3$). Um certo peixe tem uma densidade de $1,09 \text{ g/cm}^3$ quando a bexiga natatória está vazia. De que fração do volume corporal a bexiga natatória precisa se encher para reduzir sua densidade até o valor da densidade da água?

Referências

- Duran J. E. R., 2003, “Biofísica – Fundamentos e Aplicações”, Ed. Pearson.
- Okuno E., Caldas I.L. e Chow C., 1986, Física para ciências biológicas e biomédicas, Ed. Harba
- Halliday D, Resnick R. e Walker J., Fundamentos de Física, Volume 2. Livros Técnicos e Científicos Editora SA - LTC, 8ª Ed., 2009.
- Heneine I. F., 2000, “Biofísica Básica”, Ed. Atheneu.

Lei de Snell (animação) <http://www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/ondas/snell/snell.htm>