

Fundamentos de Matemática Elementar II

LISTA II - Matrizes

Prof. Irapuan Rodrigues

19 de outubro de 2009

1. Escreva a matriz $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$, tal que $a_{ij} = 5$ para $i = j$ e $a_{ij} = -1$ para $i \neq j$.

2. Obter a matriz $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ definida por $a_{ij} = 3i - j$.

3. Determine a e b tais que:

$$\begin{bmatrix} a+3 & 5 \\ -2 & b-4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Sejam $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -4 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ -6 & 7 \end{bmatrix}$, determine:

- (a) $A + B$
- (b) $B + A$
- (c) $A - B$
- (d) $B - A$
- (e) $A^t + B^t$
- (f) $(A + B)^t$

5. Calcular $A + B$ sendo $A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ m & n+1 & p \\ x-2 & y & z \end{bmatrix}$

$$\text{e } B = \begin{bmatrix} 1-a & -b & -c \\ -m & -n & -p \\ -x+2 & -y & -z+1 \end{bmatrix}$$

6. Determine x, y , e z , tais que $A = B^t$, sendo $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ x & -5 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} y & 3 \\ z & -5 \end{bmatrix}$

7. Marque a alternativa correta.

Se $\begin{bmatrix} x & y \\ m & n \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ então, necessariamente:

- a) $x = y = 0$
- b) $x = y = m = n = 0$
- c) $x = y$ e $m = n$
- d) $y = -2x$ e $n = -2m$
- e) $x = -2y$ e $m = -2n$

8. Sejam as matrizes $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$, com elementos definidos por $a_{ij} = ji$ e $B = [b_{ij}]_{3 \times 4}$, cujos elementos são $b_{ij} = ji$. Se $C = A.B$, responda:

- (a) Qual é a ordem da matriz C ?

- (b) Qual é o valor do elemento c_{22} da matriz C ?

9. Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 13 & 1 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \text{ e } C = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 3 \\ 1 & -5 \end{bmatrix}. \text{ Determine:}$$

- (a) $A - B$

- (b) $A - B + C$

- (c) A matriz $X_{3 \times 2}$, tal que $X + (A - B) = C$

10. Se $A = \begin{bmatrix} 4 & 9 \\ -7 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, determine:

- (a) $-2A$

- (b) $3A + 6B$

- (c) $4A^t - 3B^t$

11. Se $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, determine a matriz X , tal que $X.A = B$.

12. Determine as matrizes inversas:

(a) $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

(b) $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(c) $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$

(d) $D = \begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 7 \end{bmatrix}$

(e) $E = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

13. Calcule os seguintes produtos de matrizes, se existirem:

(a) $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 4 \\ -2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix}$

$$(c) \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ 6 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot [-3 \quad 4 \quad 1]$$

14. Determine x , y e z para se obter:

$$\begin{bmatrix} x & y & z \\ 5 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 \\ -5 & 1 & -3 \\ -4 & -1 & -5 \end{bmatrix} = I_3.$$

Resposta: $x = -6$, $y = -2$ e $z = -1$.

15. Calcule os determinantes das matrizes:

$$(a) A = \begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$$

$$(b) B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(c) C = \begin{bmatrix} 10 & 3 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$$

$$(d) D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 1 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(e) E = \begin{bmatrix} -5 & 2 & -4 \\ 6 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(f) F = \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \\ 3 & -2 & -5 \end{bmatrix}$$

Respostas: $\det(A) = -41$, $\det(B) = 0$, $\det(C) = -32$,
 $\det(D) = 50$, $\det(E) = 119$ e $\det(F) = 0$.

16. Se $\begin{bmatrix} 3 & b \\ c & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 2 \\ 5 & d \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ e $B = A^t$,
determine $\det(A \times B)$.

Resposta: $\det(A \times B) = 484$